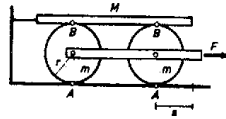


I. megoldás. Legyen a hengerek tömege külön-külön m , rádiuszuk r , a gerenda tömege M , a súrlódási együttható μ , a húzóerő F . Az A pontokban együttvéve $\mu(2m + M)g$ súrlódási erő képes a hengereket a földhöz tapasztani. Számadataink szerint ez nagyobb, mint $F/2$, tehát a hengerek az A pontokban tapadnak és a B pontokban súrlódnak. (L. az ábrát.)



Az állandó húzóerő a hengerek középpontjainak a gyorsulással végbemenő egyenletesen gyorsuló mozgását okozza. Az A pont körül történő forgás szöggyorsulása a/r . A forgatónyomatékok a húzóerő és a B pontokban fellépő súrlódási erők forgatónyomatékainak a különbsége adja meg:

$$Fr - 2r\mu Mg. \quad (\text{A súrlódási erő erőkarja } 2r.)$$

A hengerek együttes tehetetlenségi nyomatéka, mivel a forgástengely a középponttól r távolságra van (Steiner tétele):

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2}mr^2 + mr^2 \right) = 3mr^2.$$

A szöggyorsulás egyenlő a forgatónyomaték és tehetetlenségi nyomaték hányadosával:

$$\frac{a}{r} = \frac{Fr - 2r\mu Mg}{3mr^2}.$$

Innen a csapágyak gyorsulása:

$$(1) \quad a = \frac{F - 2\mu Mg}{3m}.$$

Eredményünk független a hengerek rádiuszától. Számadatainkkal $F = 20 \text{ kp} = 196 \text{ newton}$, $\mu = 0,05$, $Mg = 100 \text{ kp} = 980 \text{ newton}$, $m = 80 \text{ kg}$ és így $a = 0,4083 \text{ m/s}^2$. A sebesség 2 s múlva $v = at = 0,8167 \text{ m/s}$.

Padányi Zoltán (Bp., Apáczai Csere J. g. III. o. t.)

II. megoldás. Az energiamegmaradás törvénye szerint a húzóerő munkavégzése egyenlő a hengerek létrejövő mozgási energiájának és a súrlódási erő ellen végzett munkának az összegével. A húzóerő munkavégzése $Fs = Fat^2/2$. A két henger mozgási energiája a haladó mozgás folytán:

$$2 \cdot \frac{mv^2}{2} = m(at)^2.$$

A két henger mozgási energiája a forgás következtében (I tehetetlenségi nyomaték most $mr^2/2$, a szögsebesség $\omega = v/r = at/r$):

$$2 \cdot \frac{I\omega^2}{2} = I\omega^2 = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(at)^2}{r^2} = \frac{m(at)^2}{2}.$$

A súrlódási erő μMg . Az A pontban nem végzünk munkát a súrlódási erő ellen, csak a B -ben. Itt azonban kétszer akkora az út, mint a csapágyaknál: $2 \cdot at^2/2 = at^2$. A súrlódási erő elleni munkavégzés:

$$\mu M gat^2.$$

Felírjuk az energiamegmaradás törvénye alapján:

$$\frac{Fat^2}{2} = m(at)^2 + \frac{m(at)^2}{2} + \mu M gat^2.$$

Ezt rendezve kapjuk az (1) szerinti eredményt.

Varga László (Zalaegerszeg, Ságvári E. g. III. o. t.)