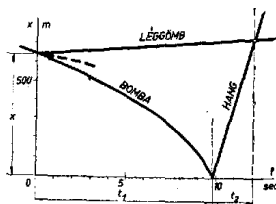


A léggömb magassága az elejtés pillanatában  $x$  méter. Ábránk a léggömb, a bomba és a hang megtett útjait mutatja mint az idő függvényét.



A bomba függőleges lefelé hajítást végez  $v_1$  kezdősebességgel, amelynek útja:

$$x = v_1 t_1 + g t_1^2 / 2,$$

innen a bomba leesésének  $t_1$  ideje:

$$t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gx}}{g};$$

csak a pozitív előjelű gyöknek van értelme.

A hang menetideje a robbanástól az észlelésig  $t_2$ . A léggömb összesen  $t_1 + t_2$  ideig emelkedik, ezalatt  $x + v_2(t_1 + t_2)$  magasságba emelkedik. Ez egyenlő a hang  $t_2$  idő alatt megtett  $ct_2$  útjával:

$$ct_2 = x + v_2(t_1 + t_2).$$

Innen a hang  $t_2$  menetideje:

$$t_2 = \frac{x + v_2 t_1}{c - v_2}.$$

A léggömb utasai által megfigyelt idő  $t = t_1 + t_2$  és felhasználva  $t_1$  és  $t_2$ -re kapott eredményeinket:

$$t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gx}}{g} + \frac{x}{c - v_2} + \frac{v_2}{c - v_2} \cdot \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gx}}{g}.$$

Ebből az egyenletből kell az ismeretlen  $x$ -et kiszámítani. Egyenletünk rendezve:

$$c\sqrt{v_1^2 + 2gx} = g(c - v_2)t + v_1 c - gx.$$

Bevezetjük a következő rövidítő jelölést:

$$S = g(c - v_2)t + v_1 c,$$

ezzel az egyenlet:

$$c\sqrt{v_1^2 + 2gx} = S - gx.$$

Négyzetre emelés, rendezés után:

$$g^2 x^2 - 2g(S + c^2)x + S^2 - c^2 v_1^2 = 0.$$

Ennek megoldása:

$$x = \frac{S + c^2 + c\sqrt{v_1^2 + 2S + c^2}}{g}.$$

(Ismét csak a pozitív előjelnek van fizikai értelme.) A numerikus kiszámításnál a gyökvonást nagy pontossággal kell elvégezni, mert különben az eredmény igen pontatlan. Számadatainkkal  $S = 42567,8288$  és

$$x = \frac{151467,8288 - 145444,2}{9,8} \text{ m} = \frac{6023,6288}{9,8} \text{ m} = 614,656 \text{ m}.$$

Látható, mennyire lényeges a gyök értékének pontos ismerete, hiszen két nagy, de közel egyenlő szám különbsége szerepel. A többi adat:  $t_1 = 9,8 \text{ s}$ ,  $t_2 = 2,22705 \text{ s}$ , a léggömb magassága a bomba leérkezésekor  $712,656 \text{ m}$  és a hang megérkezésekor  $734,9265 \text{ m}$ , a hang útja  $734,9265 \text{ m}$ .