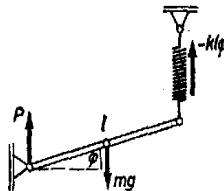


A rúd a vízszintessel zárjon be φ szöget, szöggyorsulása legyen β . Írjuk fel Newton II. törvényét a tömegközéppont gyorsulására (a csapban ébredő erőt P -vel jelöljük, a tömegközéppont gyorsulása $a = \frac{l}{2}\beta$):

$$(1) \quad m \frac{l}{2} \beta = -mg + P - kl\varphi.$$



A másik egyenlet a forgómozgás egyenlete a csapra mint tengelyre vonatkoztatva:

$$(2) \quad I\beta = -(mg)l/2 - (kl\varphi)l = -mgl/2 - kl^2\varphi.$$

Ez egy rezgőmozgás egyenlete, csak a nyugalmi helyzet nem $\varphi = 0$ -nál van, hanem egy φ_0 -nál, amit a $\beta = 0$ feltétel határoz meg.

$$0 = -mgl/2 - kl^2\varphi_0,$$

ebből

$$\varphi_0 = -mg/2kl.$$

Legyen φ -nek a nyugalmi helyzettől való eltérése φ_1 , vagyis

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 = -mg/2kl + \varphi_1.$$

Ezt behelyettesítve a (2) egyenletbe

$$I\beta = -kl^2\varphi_1, \quad \beta = -\frac{kl^2}{I}\varphi_1.$$

Ez egy olyan rezgőmozgás egyenlete, melynél $\omega^2 = kl^2/I$, $\omega = \sqrt{kl^2/I}$, és így a megoldás, azaz a kitérés időfüggése $\varphi_1 = A \sin \omega t$.

Hátra van még a csapban ébredő erő meghatározása. Az (1) egyenletből kifejezzük P -t, melybe β értékét a (2) egyenletből vesszük.

$$P = mg + kl\varphi + m \frac{l}{2} \left(-\frac{mgl}{2I} - \frac{kl^2\varphi}{I} \right);$$

$$P = mg \left(1 - \frac{ml^2}{4I} \right) + kl \left(1 - \frac{ml^2}{2I} \right) \varphi.$$

Mivel $\varphi = -\frac{mg}{2kl} + \varphi_1$,

$$P = mg \left(1 - \frac{ml^2}{4I} \right) - \frac{mg}{2} \left(1 - \frac{ml^2}{2I} \right) - kl \left(1 - \frac{ml^2}{2I} \right) \varphi_1;$$

$$P = \frac{mg}{2} + kl \left(1 - \frac{ml^2}{2I} \right) \varphi_1.$$

A rúd tehetetlenségi nyomatéka a rúd végpontjára vonatkoztatva $ml^2/3$, tehát

$$P = \frac{mg}{2} - \frac{1}{2}kl\varphi_1.$$

φ_1 időfüggése $\varphi_1 = A \sin \omega t$, amiből a csapban ébredő erő

$$P = \frac{mg}{2} - \frac{1}{2}klA \sin \omega t, \quad \text{ahol} \quad \omega = \sqrt{\frac{kl^2}{I}} = \sqrt{\frac{3k}{m}}.$$

Megjegyzés. Egy dinamikai feladatnál az erőket a dinamika egyenleteiből, Newton II. törvényéből és a forgómozgás alapegyenletéből lehet csak meghatározni. Sok tanuló a sztatika törvényeit alkalmazta megoldásában. Ez az eljárás ennél a példánál nem vezethet helyes eredményhez.