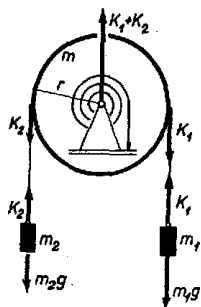


A rendszer mozgásának jellemzésére alkalmazzuk a mozgásegyenleteket. Írjuk fel Newton második törvényét a két tömegpontra. A tömegpontok gyorsulása legyen lefelé irányítva, és a kötélerek legyenek  $K_1$  és  $K_2$ .



$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= m_1 g - K_1; \\ m_2 a_2 &= m_2 g - K_2. \end{aligned}$$

A forgómozgás alapegyenletéből a korongra az

$$I\beta = (K_1 - K_2)r - D\varphi$$

egyenletet kapjuk, ahol  $(K_1 - K_2)r$  az  $m_1$  és  $m_2$  tömegek által létrehozott forgatónyomaték,  $-D\varphi$  a spirálrugó forgatónyomatéka,  $I = (1/2)mr^2$  a korong tehetetlenségi nyomatéka és  $\beta$  a szöggyorsulás.

Abból a kényszerfeltételből, hogy a fonál nyújthatatlan és hogy csúszásmentesen van a kötélre csavarva, kapjuk, hogy

$$\beta = \frac{a_1}{r} = -\frac{a_2}{r}; \quad \text{és} \quad \varphi = \frac{y}{r} \quad (y \text{ a kitérés}).$$

Behelyettesítve a mozgásegyenletekbe:

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= m_1 g - K_1, \\ -m_2 a_1 &= m_2 g - K_2, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}mr^2 \frac{a_1}{r} = (K_1 - K_2)r - D \frac{y}{r}.$$

E három egyenletből rendezés után:

$$\left(\frac{1}{2}m + m_1 + m_2\right) a_1 = -D \frac{y}{r^2} + (m_1 - m_2)g.$$

Ez az egyenlet megfelel egy  $\frac{1}{2}m + m_1 + m_2$  tömegű és  $\frac{D}{r^2}$  direkciós erejű rugó mozgásegyenletének, mely  $(m_1 - m_2)g$  erővel van feszítve. A mozgás harmonikus rezgőmozgás lesz, és a feszítés csak az egyensúlyi helyzet eltolódását jelenti. Ennek a rezgőmozgásnak a körfrekvenciája

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\left(\frac{1}{2}m + m_1 + m_2\right) r^2}}.$$

Ismeretes, hogy  $A$  amplitúdó esetén a rezgőmozgás gyorsulása:  $a_1 = A\omega^2 \sin \omega t$ . Ezekből az adatokból kiszámíthatjuk a  $K_1$ , ill. a  $K_2$  fonálerőt.

$$\begin{aligned} K_1 &= m_1(g - a_1) = m_1(g - A\omega^2 \sin \omega t), \\ K_2 &= m_2(g + a_1) = m_2(g + A\omega^2 \sin \omega t). \end{aligned}$$

A csigára ezen két erő összege hat:

$$K = K_1 + K_2 = (m_1 + m_2)g + (m_2 - m_1)A\omega^2 \sin \omega t.$$

*Megjegyzés.* A megoldás csak akkor ilyen alakú, ha a fonál által továbbított erő a fonalat feszíti, azaz ha  $K_1$  és  $K_2$  pozitív minden időpillanatban, vagyis ha  $g - a_1 > 0$  és  $g + a_1 > 0$  más szóval  $g > |a_1|$ .