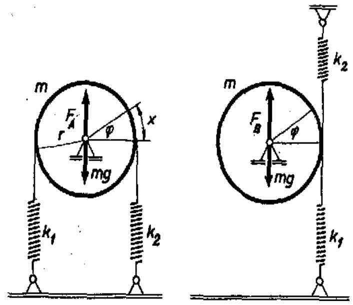
Legyen a korong kitérésének szöge az egyensúlyi helyzetből φ (1. ábra).



1. ábra

Mivel a fonál csak egy irányban képes erőt továbbítani, vagyis csak húzni tud, a feladatban külön kell tárgyalni a két esetet:

$$1) \qquad \varphi \geq 0, \qquad 2) \qquad \varphi \leq 0.$$

Először az első esetet vizsgáljuk.

Ha $\varphi \geq 0$, akkor csak a k_2 direkciós erejű rugó fejt ki forgatónyomatékot. Ez a forgatónyomaték:

$$M = -(k_2 r\varphi)r.$$

A forgómozgás alapegyenletéből:

$$\Theta\beta = -(k_2 r\varphi)r,$$

ahol $\Theta = (1/2)mr^2$ a tehetetlenségi nyomaték és β a szöggyorsulás. Rendezés után azt kapjuk, hogy

$$\beta = -2(k_2/m)\varphi.$$

Az ingamozgás levezetésénél ehhez az egyenlethez hasonló egyenletet kaptunk. Ha összehasonlítjuk a két egyenletet, akkor ennek a rezgőmozgásnak a periódusidejére

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k_2}}$$

kifejezést kapunk.

Ha $\varphi \leq 0$, a megoldás teljesen hasonlóan megy, így

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k_1}}.$$

Mivel mind a két esetben csak egy fél periódust tesz meg a test, a rendszer mozgásának periódusideje

$$T = \pi\sqrt{\frac{m}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{k_1}} + \frac{1}{\sqrt{k_2}}\right).$$

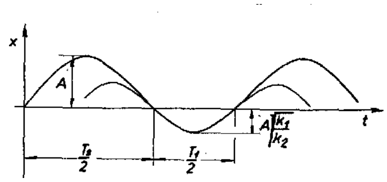
Most kiszámítjuk a csapágyban ébredő kényszererő függését az időtől. Ehhez kell a rezgőmozgás megoldása.

Ha $\varphi \geq 0$, akkor a kitérés $x = A\sin\omega_2 t$, ahol

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} \tag{1}$$

és ha $\varphi \leq 0$, akkor

$$x = B\sin\omega_1 t \text{ (2. ábra).} \tag{2}$$



2. ábra

φ éppen a szinuszfüggvény argumentumában szereplő $\omega_1 t$, ill. $\omega_2 t$ kifejezés.

A rezgőmozgás sebessége $\varphi = 0$ esetre az (1) adatokkal $A\omega_2$, a (2) adatokkal $A\omega_1$. Ezek egyenlőségéből

$$\beta = A\frac{\omega_1}{\omega_2} = A\frac{T_2}{T_1} = A\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

Tehát a megoldások:

$$\begin{aligned} \text{ha} \quad & \varphi \geq 0,\ x = A\sin\omega_2 t, \\ & \varphi \leq 0,\ x = A\sqrt{k_1/k_2}\sin\omega_1 t. \end{aligned}$$

A második elrendezésre a rezgőmozgás számítása ugyanaz, mivel a forgatónyomatékok azonosak az első esettel.

Az erők egyensúlyából határozzuk meg a csapágyra ható erőket. A csapágyat a súlyerőn kívül még a rugó is húzza. Így ezek az erők az első elrendezésre:

$$\begin{aligned} \text{ha} \quad & \varphi \geq 0,\ F_\mathrm{A} = mg + k_2 x = mg + Ak_2\sin\omega_2 t, \\ & \varphi \leq 0,\ F_\mathrm{A} = mg + k_1 x = mg + Ak_1\sqrt{k_1/k_2}\sin\omega_1 t. \end{aligned}$$

A második elrendezésre:

$$\begin{aligned} & \varphi \geq 0,\ F_\mathrm{B} = mg + k_2 x = mg + Ak_2\sin\omega_2 t, \\ & \varphi \leq 0,\ F_\mathrm{B} = mg - k_1 x = mg - Ak_1\sqrt{k_1/k_2}\sin\omega_1 t. \end{aligned}$$

Nézzük azt az esetet, amikor az egyik rugó, a k_1 direkciós erejű, meg van feszítve x_1-gyel. Ekkor egyensúlyban a forgatónyomatékok egyenlőségéből

$$k_1 x_1 r = k_2 x_2 r,$$

tehát a másik rugó megnyúlása $x_2 = x_1\dfrac{k_1}{k_2}$.

Ha a kitérésre (φr) a következő egyenlőtlenség áll fenn:

$$-x_2 \leq (\varphi r) \leq x_1,$$

akkor az egész mozgás alatt mindkét rugó feszített állapotban van. Az előző megoldáshoz hasonlóan most

$$\Theta\beta = -(k_1 + k_2) r^2 \varphi,$$

és ebből

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{(k_1 + k_2) r}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2(k_1 + k_2)}}.$$

Az erő pedig az első (A) esetben:

$$F_\mathrm{A} = mg + k_1(x_1 - x) + k_2(x_2 + x),$$

ahol $x = A\sin\omega t$, $\left(\omega = \dfrac{2\pi}{T}\right)$.

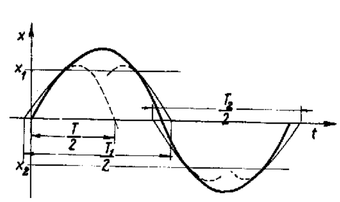
A második (B) esetben:

$$F_\mathrm{B} = mg - k_1(x_1 + x) + k_2(x_2 - x).$$

Ha az egyik vagy mindkét kitérés túllépi a kritikus x_1, ill. x_2 értéket, akkor a helyzet bonyolultabb, mert a mozgást három rezgőmozgásból kell összetenni, aszerint, hogy

$$\begin{aligned} & 1.\ x_1 \leq (\varphi r), \\ & 2.\ -x_2 \leq (\varphi r) \leq x_1, \\ & 3.\ (\varphi r) \leq -x_2 \end{aligned}$$

áll-e fenn. E megoldásoknál teljesülnie kell annak, hogy a $\varphi r = x_1$ helyen az 1. és 2. megoldás, $\varphi r = x_2$ helyen a 2. és 3. megoldás ugyanazt a sebességet adja. A 3. ábra mutat egy ilyen megoldást.



3. ábra

Az ilyen módon kapott kitérésekből a csapágyra ható erőket az előzőek alapján kell meghatározni.

Herneczki István (Sopron, Széchenyi I. g. IV. o. t.)
Takács László (Sopron, Széchenyi I. g. IV. o. t.) dolgozata alapján