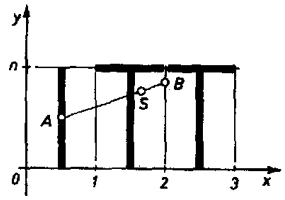
**I. Megoldás.** Foglalkozzunk először az általános esettel.




*1. ábra*

Az 1. ábrán látható koordináta-rendszerben az egyes betűk súlypontjának koordinátái a következők: Az I betű súlypontja a magasság felében lesz: $A(1/2; n/2)$. A két T betűre

$$\left(3/2;\ \frac{n^2+2n}{2n+1}\right), \qquad \text{illetve} \qquad \left(5/2;\ \frac{n^2+2n}{2n+1}\right)$$

adódik. (A függőleges és vízszintes szárból álló egész test súlypontját a két szár súlypontjának koordinátáiból számoltuk ki. A két T betűnek mint egy testnek súlypontja a fenti két adatból könnyen kapható, a magasság ugyanaz, a „súlyok” egyenlők, ezért az $x$ koordináták számtani középarányosa lesz a súlypont abszcisszája:

$$B\left(2; \frac{n^2+2n}{2n+1}\right).$$

Az $A$ súlypontú test tömege $n$ egység, a $B$ súlypontúé pedig $(2n+2)$ egység. Az egész test súlypontja az $AB$ szakaszon van és azt a tömegekkel fordított arányban osztja. Így $S$ koordinátáira a következő értékek adódnak:

$$x = \frac{9n+8}{2(3n+2)}, \qquad y = \frac{3n^2+4n}{2(3n+2)}.$$

Az első kérdésre az $n = 1$ helyettesítéssel kapjuk a választ:

$$x = 1{,}7, \qquad y = 0{,}7.$$

Az $S$ súlypont pályájának egyenletét úgy kapjuk meg, ha $x$ és $y$ kifejezéséből kiküszöböljük az $n$ paramétert:

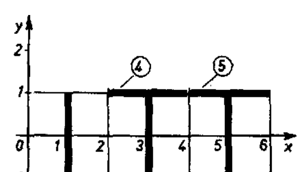
$$y = \frac{4(2-x)\cdot(x-1)}{3(2x-3)}.$$

Megvizsgálva két speciális esetet: $n = 0$, azaz $y = 0$ esetén $x = 2$, ekkor csak a T betűk vízszintes szára marad meg. Ha $n$ értékét egyre növeljük, $y$ értéke is $\infty$ felé tart. Tehát $1/y$, nullához közeledik, ezért a fenti törtkifejezés reciprokát tekintve – az tart 0-hoz. Így – annak nevezője korlátos lévén – a számlálója is tart 0-hoz.

Tehát $2x - 3 \to 0$, azaz $x \to 3/2$. A súlypont tehát egyre közeledik az első T betű szárához. A növekvő súlyú függőleges szárak egyre növekvő mértékben hatnak a súlypont helyzetére.

*Lakatos Éva* (Bp., VIII., Századosúti g. II. o. t.)

**II. megoldás.** Vegyünk fel egy derékszögű koordináta-rendszert a 2. ábrán látható módon.




*2. ábra*

A betűket alkotó egyes egyenesszakaszok koordinátái $x_i$, $y_i$. A súlypont koordinátáit az egyes elemek súlypont-koordinátáinak súlyozott átlaga adja. Egy-egy betűszár fél hosszát és teljes súlyát egységnyinek tekintjük.

$$m_1 = m_2 = \ldots = m_5 = 1, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5, \quad x_4 = 3, \quad x_5 = 5,$$
$$y_1 = y_2 = y_3 = 0, \quad y_4 = y_5 = 1.$$

Így a tömegekkel súlyozott átlag

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_5x_5}{m_1 + m_2 + \ldots + m_5} = \frac{1\cdot 1 + 2\cdot 3 + 2\cdot 5}{5} = 3{,}4.$$

Hasonlóan

$$Y=\frac{0\cdot 3+1\cdot 2}{5}=0{,}4.$$

Ha a függőleges szárakat $n$-szeresre növeljük, akkor

$$X=\frac{n\cdot 1+n\cdot 3+n\cdot 5+1\cdot 3+1\cdot 5}{3n+2}=\frac{9n+8}{3n+2};$$
$$Y=\frac{n\cdot 0+n\cdot 0+n\cdot 0+1\cdot n+1\cdot n}{3n+2}=\frac{2n}{3n+2}.$$

Ha $n=0$, akkor $x=4$, $y=0$. Ha $n$ nő, akkor $x$ monoton csökken, $y$ monoton növekszik. Ha $n\to\infty$, akkor $x\to 3$ és $y\to 2/3$.
A súlypont pályájának egyenlete $n$ kiküszöbölése után

$$y=\frac{-2}{3}x+\frac{8}{3}.$$

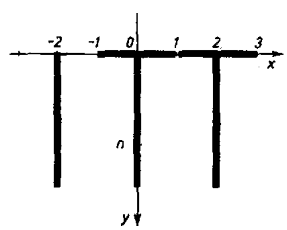
A pálya egyenlete egy egyenes egyenlete és csak az előbb meghatározott $n=0$ és $n=\infty$ esetén felvett $(4,\,0)$ és $\left(3,\,\frac{2}{3}\right)$ pontok között értelmezhető.

*Horváthy Péter* (Bp., Fazekas M. g. II. o. t.)

*Megjegyzés.* Az első pillanatban furcsának tűnhet, hogy egyszerű koordináta-rendszer eltolás miatta pálya hiperbolából egyenessé alakul. Figyeljük meg azonban, hogy az első megoldásbeli koordináta-rendszerhez viszonyítva a második megoldásbeli koordináta-rendszer mozog, ha $n$ változik, a függőleges szárak súlypontjával együtt.

Hiperbolikus, de más alakú pályaegyenletet kapunk, ha a T betűk vízszintes szárához rögzítjük az $x$ tengelyt, mint az például *Gyimesi Ferenc* (Győr, Révai M. g. II. o. t.) megoldásában található (3. ábra):

$$X=\frac{2}{3n+2},\qquad Y=\frac{3n^2}{3n+2};$$
$$Y=\frac{2}{3}\left(X+\frac{1}{X}\right)-\frac{4}{3}.$$




*3. ábra*