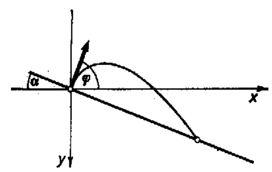
I. megoldás. Az indulás után $t_0 = 2$ s idő múlva mind a puskagolyónak, mind a kocsinak $v_0 = a \cdot t_0 = g \cdot \sin\alpha \cdot t_0$ lejtőirányú sebessége van. A mozgások függetlenségének elve alapján a mozgás leírható mind nyugvó, mind a lejtő mentén v_0 sebességgel mozgó koordináta-rendszerben. Legyen a mozgó koordináta-rendszerünk origója a lövedék kirepülési pontja, és a lövedék vízszintessel bezárt kirepülési szöge φ (1. ábra).



1. ábra

Ekkor a kocsi t idő alatt (a kilövéstől mérve) a lejtő mentén $s = g \cdot \sin\alpha \cdot t^2/2$ utat tesz meg. Ennek vízszintes (x) és függőleges, lefelé irányuló (y) összetevője

$$x = (g/2) \cdot \sin\alpha \cdot t^2 \cdot \cos\alpha,$$
$$y = (g/2) \cdot \sin\alpha \cdot t^2 \cdot \sin\alpha,$$

A lövedék mozgása ferde hajítás, útösszetevői t idő múlva

$$x = v \cdot \cos\varphi \cdot t,$$
$$y = -v \cdot \sin\varphi \cdot t + g \cdot t^2/2.$$

A találkozás feltétele az x és y koordináták egyenlősége.

A két egyenletből $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\varphi$, vagyis α és φ pótszögek. Ez azt jelenti, hogy a lövedéket a lejtőre merőlegesen kell kilőni, függetlenül a lövedék relatív kezdősebességétől.

$t = 2v \cdot \cos\varphi/(g \cdot \sin\alpha\cos\alpha) = 2v/(g \cdot \cos\alpha)$, mert $\cos\varphi = \sin\alpha$,

$t = 7{,}06$ s a kilövéstől és

$T = 9{,}06$ s a kocsi indulásától számítva.

Ezalatt a kocsi $s = a \cdot T^2/2 = 201{,}4$ m utat tesz meg.

Szörényi András (Pécs, Széchenyi I. g. II. o. t.)

II. megoldás. Forgassuk el a koordináta-rendszert úgy, hogy az x-tengely nézzen a lejtő irányába és az y-tengely a lejtőre merőlegesen kifelé. Rögzítsük is a lejtőhöz.

A kocsi koordinátái (ha a kocsi az időmérés kezdetén 0 pontban volt) T idő után

$$x = v_0 T + g \cdot \sin\alpha \cdot T^2/2, \quad y = 0.$$

A lövedék koordinátái

$$x = [v \cdot \cos(\alpha + \varphi) + v_0] \cdot T + g \cdot \sin\alpha \cdot T^2/2,$$
$$y = [v \cdot \sin(\alpha + \varphi)] \cdot T - g \cdot \cos\alpha \cdot T^2/2.$$

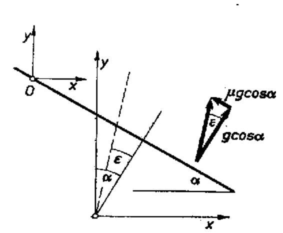
A találkozás feltétele a megfelelő koordináták egyenlősége.

A két egyenletből következik

$$\cos(\alpha + \varphi) = 0, \quad \alpha + \varphi = 90^\circ, \quad T = 2v/(g \cdot \cos\alpha).$$

Maróti Péter (Szeged, Ságvári E. g. II. o. t)

III. megoldás. Írjuk le a jelenséget egy v_0 lejtőirányú sebességgel bíró és ugyanakkor szabadon eső koordináta-rendszerben (2. ábra).



2. ábra

Ekkor a lövedék v egyenletes sebességgel a vízszintessel φ szöget bezáró egyenesen fog mozogni. A kocsira a nyugvó koordináta-rendszerben a függőleges súlyerő és a lejtőre merőleges kényszererő hatott. Ebben a rendszerben a függőleges erő és gyorsulás megszűnik, ezért a kocsi egyenesvonalú $g \cdot \cos\alpha$ gyorsulással egyenletesen gyorsuló mozgást végez a lejtő irányára merőlegesen. A lövedék és a kocsi tehát csak akkor találkozhat, ha pályáik egybe esnek. Tehát a golyót a lejtőre merőlegesen kell kilőni. A találkozás ideje a $v \cdot t = (g/2) \cdot \cos\alpha \cdot t^2$ összefüggésből kapható és megegyezik a fentiekkel.

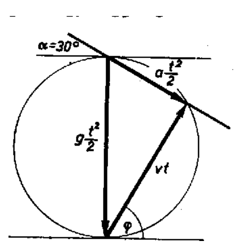
Tél Tamás (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t)

Megjegyzés. Ha a lejtő és a kocsi között súrlódás van (μ), a fenti koordináta-rendszerben nézve a kocsira a lejtőre merőleges kényszererőn kívül a lejtőirányú súrlódási erő is hat, ezért elmozdulása a két erő eredőjének irányába esik. Ebben az irányban kell a golyót is kilőni. A hátracélzás ε szögére

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \mu \cdot g \cdot \cos\alpha / g \cdot \cos\alpha = \mu.$$

Maróti Péter (Szeged, Ságvári E. g. II. o. t)

IV. megoldás. Felhasználhatjuk a 675. feladatban bizonyított összefüggést: egy függőleges síkú kör legfelső pontjából az innen húzott húrokon mint lejtőkön súrlódás nélkül csúszó testek ugyanannyi idő alatt érik el ismét a kör kerületét. Ez az idő pedig egyenlő a függőleges átmérőn való szabadesés idejével. Ha a rendszert v_0 lejtőirányú sebességgel mozgó koordináta-rendszerbe helyezzük, akkor a kocsi a vízszintessel α szöget bezáró húron mozog, a lövedék egyrészt szabadon esik, másrészt v sebességű egyenletes mozgást végez (3. ábra).



3. ábra

A két útösszetevő összegének t idő múlva ugyanott kell metszenie a kört, ahol a kocsi útvektorának. Thales tételéből következik, hogy merőlegesen kell a golyót kilőni, a találkozás idejét a Pythagoras-tételből számíthatjuk.

Szörényi András (Pécs, Széchenyi I. g. II. o. t.)

V. megoldás. Írjuk le a jelenséget a kocsival együtt mozgó koordináta-rendszerben. Ebben a rendszerben a gravitáción kívül $m \cdot a$ tehetetlenségi erő is hat a lejtő irányában felfelé. A golyót nyilván a két erő eredőjének hatásvonalával párhuzamosan kell kilőni, hogy visszajusson az origóban nyugalomban levő kocsihoz. $a = g \cdot \sin\alpha$, ezért F merőleges a lejtőre. A feladatot egy „függőleges" hajításra egyszerűsítettük.

Szörényi András (Pécs, Széchenyi I. g. II. o. t.)