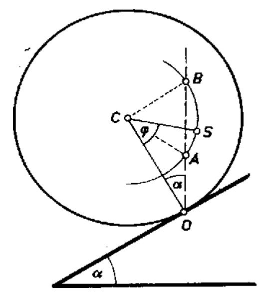
Készítsük el 1. ábránkat úgy, hogy a henger C középpontját ugyanott tartjuk és gondolatban húzzuk a lejtőt fel-le.



1. ábra

Ekkor az S súlypont $CS = r$ rádiuszú köríven mozog és a henger legördülésének mértékét a $\varphi = OCS\sphericalangle$ adja meg. A henger súlyából származó forgatónyomaték erőkarja egyenlő S-nek az O érintkezési pontban emelt függőlegestől való merőleges távolságával. Egyensúly esetében S súlypontnak A vagy B pontban kell lennie. Ez csak akkor lehetséges, ha $r \geq R\sin\alpha$.

Az A ponthoz tartozó φ legördülési szöget az OAC háromszögből határozzuk meg:

$$\frac{\sin(\alpha + \varphi_{\mathrm{m}})}{\sin\alpha} = \frac{R}{r}.$$

Ennek megoldása:

$$\cos\varphi_{\mathrm{m}} = \frac{R\sin^2\alpha}{r} \cdot \left[1 \pm \operatorname{ctg}\alpha \sqrt{\left(\frac{r}{R\sin\alpha}\right)^2 - 1}\right].$$

A súlypont minimumánál *(A)*

$$\cos\varphi_{\mathrm{m}} = 0{,}8953, \quad \varphi_{\mathrm{m}} = 26{,}45^\circ = 0{,}462 \text{ radián},$$

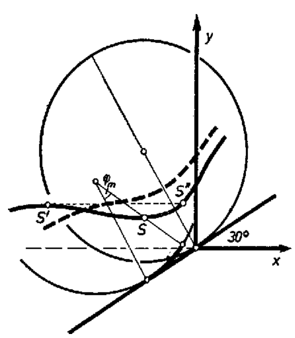
a súlypont maximumánál *(B)*

$$\cos\varphi_{\mathrm{m}} = -0{,}0621, \quad \varphi_{\mathrm{m}} = 93{,}56^\circ = 1{,}63 \text{ radián},$$

Ha O-ba helyezzük a koordináta-rendszer kezdőpontját és keressük, hogy a legördülő henger súlypontja milyen görbén mozog, akkor kapjuk a súlypontpálya görbéjének (egy ún. cikloisznak) paraméteres egyenletét:

$$x = -R\cos\alpha \cdot \varphi - R\sin\alpha + r\sin(\alpha + \varphi),$$
$$y = -R\sin\alpha \cdot \varphi + R\cos\alpha - r\cos(\alpha + \varphi).$$

A súlypont pályáját a 2. ábra folytonos vonala mutatja.



2. ábra

S-ben van a minimum *(A)*, S'-ben a maximum *(B)*. Ha úgy helyezzük a hengert a lejtőre, hogy súlypontja a pálya $S'S''$ részén legyen, akkor a henger nem gurul le, hanem lengéseket végez S helyzet körül (lejtőre helyezett „keljfel-Jancsi”). Ha a súlyponttávolság $r = 4$ cm, akkor a súlypont a szaggatott vonallal feltüntetett pályán mozog és nincs minimum, a henger legurul ($r < R\sin\alpha$).

Hegedűs Endre (Bp., Steinmetz g. IV. o. t.)