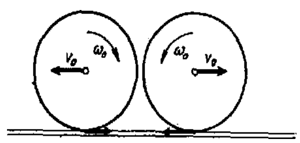
I. megoldás. Tételezzük fel, hogy az ütközés elég rövid idő alatt zajlik le. Ekkor a mozgás a következőképpen történik.

1. A két, egymással szemben guruló golyó ütközése egy pillanat alatt lezajlik, a két golyó sebességet cserél (rugalmas ütközés), de a szögsebességük változatlan marad.

2. A két golyó „köszörülve" egymástól távolodik. A sebességük csökken, mivel a súrlódási erő a mozgás irányával ellentétes irányú, a szöggyorsulás pedig a szögsebességet csökkenti, majd másik irányban növeli.

3. Mikor a lecsökkent sebességre és az új szögsebességre teljesül a gördülés feltétele, a „köszörülés" megszűnik és a két golyó állandó sebességgel egymástól távolodik. (Az 1. ábra közvetlenül az ütközés utáni pillanatban ábrázolja a golyókat.)



1. ábra

Vizsgáljuk az egyik golyó mozgását. „Köszörülés" közben három erő hat a golyóra: a súlyerő, az asztallap nyomóereje (kompenzálják egymást) és a μmg súrlódási erő.

A golyó mozgásegyenletei ($I = 2/5\ mr^2$ a golyó tehetetlenségi nyomatéka, a a súlypont gyorsulása és β a szöggyorsulás):

$$ma = \mu mg;$$
$$I\beta = \mu mg \cdot r.$$

A golyó sebessége és szögsebessége t idővel az ütközés után ($\omega_0 = v_0/r$ a kezdeti szögsebesség):

$$v = v_0 - at = v_0 - \mu gt;$$
$$\omega = -\omega_0 + \beta t = -\omega_0 + \frac{\mu mgr}{I}t.$$

t_1 idő elteltével teljesül a gördülés feltétele:

$$v(t_1) = \omega(t_1) \cdot r.$$

Behelyettesítve:

$$v_0 - \mu gt_1 = \left(-\omega_0 + \frac{\mu mgr}{I}t_1\right) r.$$

Innen kifejezhetjük a „köszörülés" idejét

$$t_1 = \frac{2v_0}{\mu g + \dfrac{\mu mgr^2}{I}} = 8\ \mathrm{s}.$$

Ekkor a golyó sebessége:

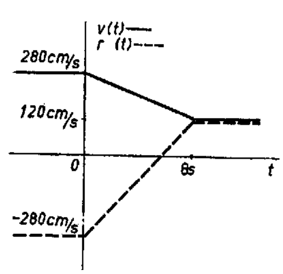
$$v_1 = v(t_1) = v_0 - \mu gt_1 = 120\ \mathrm{cm/s}.$$

A golyó energiája az ütközés előtt, illetve az ütközés után:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{7}{10}mv_0^2, \qquad \text{ill.} \qquad E_1 = \frac{7}{10}mv_1^2.$$

A (súrlódási) energia veszteség:

$$\varDelta E = E_0 - E_1 = \frac{7}{10}mv_0^2\left(1 - \frac{v_1^2}{v_0^2}\right) = \frac{40}{49}E_0 = 0{,}45\ \text{joule}.$$



2. ábra

A 2. ábrán a $v(t)$ függvényt (folytonos vonal) és az $r \cdot \omega(t)$ függvényt (szaggatott vonal) rajzoltuk meg.

Szörényi András (Pécs, Széchenyi I. g. II. o.t.)

II. megoldás. A mozgásegyenletek helyett az impulzus és impulzus momentumegyenleteket is fel lehet írni:

$$mv_0 - \mu mgt_1 = mv_1;$$
$$-I\omega_0 + \mu mgrt_1 = I\omega_1$$

(az asztal lapja felett r távolságra levő pontra vonatkoztatva).

A $v_0 = r\omega_0$ és $v_1 = r\omega_1$ egyenleteket felhasználva megkaphatjuk v_1 és t_1 értékét.

Bor Zsolt (Szeged, Ságvári E. g. IV. o. t.)