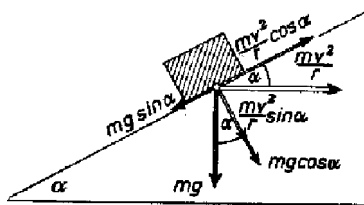


Az autó akkor nem csúszik ki, ha a súrlódási erő maximális értéke egyenlő vagy nagyobb, mint a súly- és centrifugális erő lejtő irányú komponensei előjeles összegének abszolút értéke:

$$\mu m \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{r} \sin \alpha \right) \geq \left| g \sin \alpha - \frac{v^2}{r} \cos \alpha \right| m.$$



1. A minimális sebességre a következő feltételt írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} \mu \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{r} \sin \alpha \right) &\geq g \sin \alpha - \frac{v^2}{r} \cos \alpha \\ \frac{v^2}{r} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) &\geq g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha. \\ (v = 0 \text{ esetén } \mu \cos \alpha &\geq \sin \alpha, \text{ vagyis } \mu \geq \operatorname{tg} \alpha) \end{aligned}$$

Így

$$v_{\min}^2 = \frac{gr(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}.$$

2. A maximális sebesség feltétele:

$$\begin{aligned} \mu \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{r} \sin \alpha \right) &\geq \frac{v^2}{r} \cos \alpha - g \sin \alpha, \\ (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) \frac{v^2}{r} &\leq \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha. \end{aligned}$$

(Ha $\cos \alpha \leq \mu \sin \alpha$, azaz $\operatorname{ctg} \alpha \leq \mu$, akkor v tetszőleges lehet.)

$$v_{\max}^2 = \frac{gr(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$

Így v -re kapjuk:

$$\sqrt{\frac{gr(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}} \leq v \leq \sqrt{\frac{gr(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}}.$$

A $\mu = \operatorname{tg} \alpha_0$ jelölést bevezetve:

$$\begin{aligned} \sqrt{rg} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_0}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_0}} &\leq v \leq \sqrt{rg} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha_0}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_0}}, \\ \sqrt{rg \operatorname{tg} (\alpha - \alpha_0)} &\leq v \leq \sqrt{rg \operatorname{tg} (\alpha + \alpha_0)}. \end{aligned}$$

Ha a lejtő hajlásszöge olyan, hogy $\mu \geq \operatorname{tg} \alpha$ és $\mu \geq \operatorname{ctg} \alpha$, akkor a kocsى nem csúszik ki, bármilyen sebességgel is halad.

Szőkefalvi-Nagy Ágnes (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.) dolgozata alapján.