Tekintsünk egy fénysugarat, mely az 1. ábrán látható útvonalon halad! A fénytörés törvénye alapján

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n. \tag{1}$$

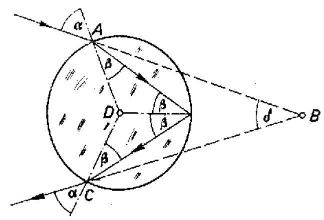
Az $ABCD$ négyszögből

$$\alpha+\delta+\alpha+2(180^\circ-2\beta)=360^\circ,$$

ahonnan

$$\delta=4\beta-2\alpha. \tag{2}$$

Az (1) és (2) összefüggések megadják az eltérülés δ szögének α-tól való függését.



1. ábra

A párhuzamosan beeső sugárnyaláb akkor marad a kilépés után is párhuzamos, ha az α-tól kicsiny $\Delta\alpha$-val eltérő beesési szög mellett az eltérülési szög változatlanul δ.

Mivel (2) most is érvényes

$$\delta=4(\beta+\Delta\beta)-2(\alpha+\Delta\alpha). \tag{3}$$

(3)-ból (2)-t kivonva

$$2\Delta\beta=\Delta\alpha. \tag{4}$$

Azonban (1) szerint

$$\sin(\alpha+\Delta\alpha)-\sin\alpha=n\left[\sin(\beta+\Delta\beta)-\sin\beta\right],$$

mindkét oldalt szorzattá alakítva

$$2\sin\frac{\Delta\alpha}{2}\cos\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)=2n\sin\frac{\Delta\beta}{2}\cos\left(\beta+\frac{\Delta\beta}{2}\right).$$

Felhasználjuk, hogy $\Delta\alpha$ és $\Delta\beta$ olyan kicsiny mennyiségek, melyek sinusa helyett maga a szög írható.Így (4) alapján

$$2\Delta\beta\cos\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)=n\Delta\beta\cos\left(\beta+\frac{\Delta\beta}{2}\right).$$

Négyzetre emelve

$$4\left[1-\sin^2\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)\right]=n^2\left[1-\sin^2\left(\beta+\frac{\Delta\beta}{2}\right)\right],$$

ahonnan (1) figyelembevételével

$$4\left[1-\sin^2\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)\right]=n^2-\sin^2\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right),\ \text{vagyis}$$

$$\sin^2\left(\alpha+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)=\frac{4-n^2}{3}.$$

Mivel $\dfrac{\Delta\alpha}{2}$ elhanyagolható α mellett,

$$\sin\alpha=\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}.$$

A gyök alatt akkor kapunk pozitív mennyiséget, ha $n<2$. Ellenkező esetben nem létezik olyan α beesési szög, mely alatt párhuzamos fénynyalábot bocsátva a vízcseppbe, az a kilépés után is párhuzamos maradna.

Behelyettesítve a numerikus értékeket, a vörös fényre $\alpha_\mathrm{v}=58{,}5^\circ$ adódik, amelyhez $\delta_\mathrm{v}=42{,}5^\circ$ eltérítési szög tartozik, valamint az ibolya fényre $\alpha_\mathrm{i}=59{,}3^\circ$ és $\delta_\mathrm{i}=40{,}9^\circ$.

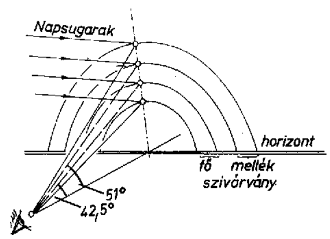
Mihály László (Bp., Landler J. techn. IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A fénysugár többször is visszaverődhet, mielőtt kilép a vízcseppből. Általában k-szoros visszaverődés esetén a kritikus beesési szögre érvényes

$$\sin\alpha_{\mathrm{k}}=\sqrt{\frac{(k+1)^2-n^2}{(k+1)^2-1}}.$$

Mivel a visszaverődésnél a fényenergia nagyobb része törés után kilép a cseppből, a gyakorlatban legfeljebb kétszeres visszaverődéssel kell számolni.

2. A két eltérési szög ismerete felvilágosítást nyújt arra, hogy a főszivárvány vörös körívének miért 42,5°, s az ibolyának 40,9° a nyílásszöge, valamint hogy a mellékszivárványnál, mely a kétszeres visszaverődés útján jön létre, a vörös körív miért $50^\circ 30'$, s az ibolya $50^\circ 46'$ nyílásszögű (2. ábra).



2. ábra

Szivárvány ugyanis akkor keletkezik, ha előttünk esik az eső és hátunk mögött süt a Nap, mely nem áll magasan.

Persze a fénytörésen és visszaverődésen kívül elhajlás is szerepet játszik a szivárvány keletkezésénél, főleg ha kicsik az esőcseppek. Ekkor a színek egymásutánjába más színek is keverednek az interferencia miatt, s a jelenség leírása igen bonyolult.

Dózsa Márton.