Oldjuk meg a problémát rögtön általánosan. Felírhatjuk az impulzusmegmaradás törvényét és ε definíciójából a relatív sebességek arányát.

Ez két egyenlet az u_1 és u_2 ismeretlenekre.

(1) $$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

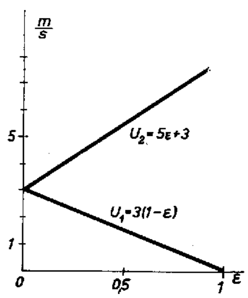
(2) $$\text{illetve}\quad \varepsilon = \frac{u_1 - u_2}{v_2 - v_1}.$$

(2)-ből $u_1 = \varepsilon(v_2 - v_1) + u_2$, behelyettesítve (1)-be és u_2 értékét kifejezve

$$u_2 = \frac{m_1v_1\,(1+\varepsilon) + (m_2 - \varepsilon m_1)\,v_2}{m_1 + m_2},\ \text{hasonlóan}$$

(3) $$u_1 = \frac{(m_1 - \varepsilon m_2)\,v_1 + m_2v_2\,(1+\varepsilon)}{m_1 + m_2}.$$

Numerikus adatokat behelyettesítve kapjuk u_1 és u_2 értékét mint ε függvényét: $u_1 = 3(1-\varepsilon)$ m/s és $u_2 = (5\varepsilon + 3)$ m/s. Ábrázoljuk ezt grafikusan. ε értéke nyilván 1 és 0 között változhat (1. ábra).



1. ábra

Ha ε nő, akkor u_2 értéke is nő, míg u_1 értéke csökken, de mindig pozitív marad, azaz mindkét golyó az ütközés után minden esetben az m_1 eredeti haladási irányába fog haladni. Teljesen rugalmatlan ütközés esetén ($\varepsilon = 0$) mindkét golyó sebessége $u_1 = u_2 = 3$ m/s, míg teljesen rugalmas esetben ($\varepsilon = 1$) $u_2 = 8$ m/s, és $u_1 = 0$, azaz az első golyó nyugalomban marad.

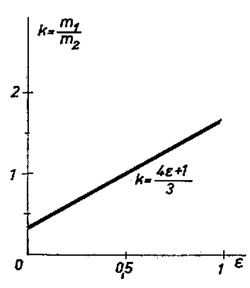
b) Ahhoz, hogy $u_1 = 0$ legyen, (3) alapján szükséges, hogy

$$m_1v_1(1+\varepsilon) + (m_2 - \varepsilon m_1)v_2 = 0,$$

azaz

$$\frac{m_1}{m_2} = k = \frac{\varepsilon(v_1 - v_2) - v_2}{v_1}$$

teljesüljön. Adatainkkal $k = (4\varepsilon + 1)/3$, $k = 1/3$, ha $\varepsilon = 0$, és $k = 5/3$, ha $\varepsilon = 1$, mint azt már az előzőekben láttuk (2. ábra). Érdekes, hogy a kívánt feltétel teljesüléséhez k csak ily szűk határok közt változhat (ezen kezdeti sebességek mellett).



2. ábra

Bálványos Zoltán (Makó, József A. g. II. o. t.)

Megjegyzés. Csak a teljesen rugalmas ütközés esetén érvényes a mechanikai energia megmaradásának törvénye. Az elveszett energia nyilván $\Delta E = (m_1v_1^2 + +m_2v_2^2 - m_1u_1^2 - m_2u_2^2)/2$. u_1 és u_2 értékét behelyettesítve

$$\Delta E = \frac{m_1m_2(v_1 - v_2)^2(1 - \varepsilon^2)}{2(m_1 + m_2)}.$$

Látható, hogy ez a teljesen rugalmas ütközéskor 0, míg a rugalmatlan ütközésnél a legnagyobb.

Büttner György (Esztergom, I. István g. II. o. t.)