A munkavégzés függ attól, hogy milyen, egymáshoz viszonyítva egyenletes sebességgel mozgó koordináta-rendszerekben nézzük. Ebben a példákban a vízhez képest evezünk, tehát a végzett munkát a vízhez rögzített koordináta-rendszerben kell felírni. Nem érdekel bennünket az a munka, amelyet a folyó víz végez.

A közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos; $F = kv^2$, k az arányossági tényező.

Számítsuk ki, hogy azalatt, amíg a csónak a kiindulási helyére visszaér, mekkora utat tesz meg a vízhez képest. A folyón felfelé menve a parthoz viszonyított sebességünk $v-c$, ezzel s utat teszünk meg, ehhez

$$t_f = \frac{s}{v-c}$$

idő szükséges. Lefelé a sebesség $v+c$, az idő

$$t_l = \frac{s}{v+c}.$$

Az összidő

$$t_f + t_l = \frac{s}{v-c} + \frac{s}{v+c} = \frac{2sv}{v^2-c^2},$$

és mivel a folyóhoz képest v-vel haladunk, az út a folyóhoz rögzített koordinátarendszerben $S = \dfrac{2sv^2}{v^2-c^2}$. A végzett munka:

$$L = PS = 2sk\frac{v^4}{v^2-c^2}.$$

A feladatban a $\dfrac{v^4}{v^2-c^2}$ kifejezés minimumát kell megkeresni. Legyen $v^2 = c^2x$, ekkor

$$\frac{v^4}{v^2-c^2} = c^2\frac{x^2}{x-1} = c^2\frac{x^2-1+1}{x-1} = c^2\frac{(x-1)(x+1)+1}{x-1} =$$
$$= c^2\left((x+1)+\frac{1}{x-1}\right) = c^2\left[(x-1)-2+\frac{1}{x-1}+4\right] = c^2\left[\left(\sqrt{x-1}-\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)^2+4\right].$$

Ennek akkor van minimuma, ha a négyzet nulla. Ekkor:

$$\sqrt{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \quad x-1 = 1, \quad x = 2, \quad \text{azaz} \quad v^2 = 2c^2.$$

Tehát a keresett sebesség: $v = \sqrt{2}c$.
Behelyettesítve a $c = 1{,}5$ m/s számértéket $v = 2{,}1$ m/s.

Takács László (Sopron, Széchenyi I. g. III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. A feladat megoldásában v kiszámításánál nem szerepel az s, tehát ez a sebesség független az úttól, és csak a folyó sebességétől függ.