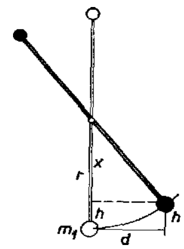
Számítsuk ki először, hogy a $d$ távolságnyi kitérés mennyivel „emeli” meg a tömegeket. Az ábrából látszik, hogy

$$h = r - x = r - \sqrt{r^2 - d^2}. \tag{1}$$

A tömegek sebessége akkor a legnagyobb, amikor a kitérítéssel adott helyzeti energia teljesen átalakult mozgási energiává, vagyis amikor áthalad a nyugalmi, függőleges helyzeten, azaz $\Delta E_h = E_m$.




Ha az egyik tömeg ($m_1$) $h$ távolságnyit süllyedt, akkor a másik ($m_2$) $h$-nyit emelkedett, így a rendszer teljes potenciális energiaváltozása

$$\Delta E_h = (m_1 - m_2)hg.$$

Áthaladás pillanatában, ha a sebességük $v$, akkor a kinetikus energiák összege

$$E_m = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2.$$

A két egyenletből

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 - m_2)hg, \quad \text{azaz} \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2hg(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}} \tag{2}$$

Mivel $\omega = v/r$, (2)-be helyettesítve (1)-et és $\omega$-t kifejezve kapjuk:

$$\omega_{\max} = \frac{1}{r}\sqrt{2g(r - \sqrt{r^2 - d^2})\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Számadatainkkal $\omega_{\max} = 1{,}26\ \dfrac{1}{\mathrm{s}}$.

*Kele András* (Nagykanizsa, Landler J. g. III. o. t.)

Elegendő csak a súlypontban egyesített tömegek energetikai viszonyaival foglalkozni.

Kitéríthetjük az ingát labilis (felső) egyensúlyi helyzetéből is, ekkor $\omega_{\max} = 3{,}7\ \dfrac{1}{\mathrm{s}}$.

*Szőkefalvi Nagy Ágnes* (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Néhány megoldó a húr nagyságát vette 30 cm-nek, és ebben az esetben $\omega_{\max} = 1{,}2\ \dfrac{1}{\mathrm{s}}$ adódott. Ezeket is helyesnek fogadtuk el.

2. A dolgozatok többsége a megoldásban felhasználta az ingamozgás ismert képletét a lengésidő kiszámítására, pedig az csak kis kitérések esetén igaz. Ezek $\omega_{\max} \approx 2\ \dfrac{1}{\mathrm{s}}$-t kaptak. Nyilvánvalóan látszik ebből is, hogy helytelen volt erre a nagy kitérésre alkalmazni, hiszen a hiba nagyobb, mint 60%.