

A fonalakban fellépő  $P$  erők a szimetriaviszonyok miatt egyenlő nagyságúak, s vízszintes komponenseik egyensúlyban vannak. Így elég a függőleges vetületekkel számolni. Ha a fonál hosszát  $\ell$ -lel, a kampók távolságát  $d$ -vel jelöljük, akkor az 1. ábra szerinti  $\alpha$  szögre fennáll, hogy

$$\sin \alpha = \frac{OA}{AS} = \frac{d \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}}{\ell} = \frac{d}{\sqrt{3} \cdot \ell}.$$

$P$  erő függőleges komponense

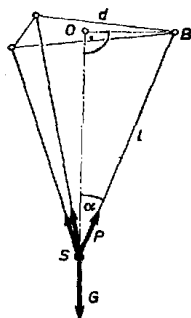
$$P' = P \cdot \cos \alpha = P \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = P \sqrt{1 - \frac{d^2}{3\ell^2}}.$$

Ez a súly harmadrésével tart egyensúlyt, így  $G/3 = P'$ , ahonnan

$$P = \frac{G}{3 \sqrt{1 - \frac{d^2}{3\ell^2}}}$$

Numerikus adatokkal

$$P = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{26}} \approx 3,39 \text{ kp.}$$

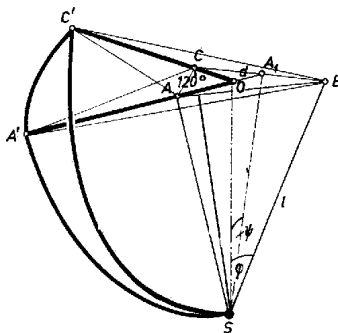


1. ábra

A feladat második részének tárgyalásánál meg kell vizsgálni, hogy a felfüggesztett test milyen módon mozdulhat el oldalirányban. Két minőségileg különböző eset van:

- a mozgás közben két fonál feszes marad,
- csak egyetlen fonál gyakorol erőt a testre.

A 2. ábrán látható a test mozgási felülete. A szimmetria miatt csak tér-harmadot ábrázoltunk.

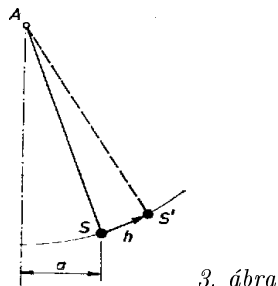


2. ábra

Ha az  $A$  és  $B$  pontokból kiinduló fonál feszül, akkor a test pályája az  $SC'$ , ha a  $B$  és  $C$  pontokhoz tartozó fonál feszes, akkor az  $SA'$ . Ha csak a  $B$ -hez tartozó fonál feszül, akkor a lehetséges pálya az  $SA'C'$  pontok által határolt gömbfelület-darabon helyezkedik el, melynek középpontja  $B$ . A teljes kényszerfeltételt a fenti és még két gömbfelület-rész képviseli, melyek a fentihez az  $OSA'$  és  $OSC'$  síkoknál kapcsolódnak.

A test pályája egy körív, mely az  $S$  pontból indul ki. Könnyű belátni, hogy ezen körívek  $S$  pontbeli érintői közül a vízszintessel az  $SA'$  (vagy  $SC'$ ) körív érintője zár be legkisebb szöget ( $\Psi$ ) és az  $OSB$  síkban levő érintő (középeset) a legnagyobb szöget ( $\varphi$ ). Ez azért lényeges, mert az első esetben lehet a legkisebb erővel kimozdítani a testet.

Vizsgáljuk ezek után az  $SA'$ -n történő mozgást  $S$  kis környezetében! A körpálya sugara  $SA_1$ , amelynek hossza  $r = SA_1 = \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ . Szükség van még az  $a = OA_1 = \frac{AA_1}{3} = \frac{d\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{d}{2\sqrt{3}}$  értékre.



3. ábra

Az ingamozgás összefüggéseit használhatjuk, mivel a  $C$  és  $B$  pontokhoz tartozó fonál helyettesíthető egyetlen  $r$  hosszúságú,  $A_1$ -ben rögzített fonallal (3. ábra).

Ahhoz, hogy a testet  $S$  pontból kimozdítsuk,  $P_s = G \frac{a}{r}$  erőre van szükség. Ha viszont azt akarjuk, hogy a test  $S'$  pontba kerüljön és ott stabilan megmaradjon, ahhoz  $P'_s = G \frac{a+h}{r}$  erőre van szükség ( $h \ll r$ ). Ez a feladat statikus megoldása. Ha azonban nem szükséges, hogy a test  $P'$ -ben maradjon, csak az, hogy odáig kilendüljön, akkor kisebb erő is elegendő. Kis  $h$  esetén az erő a kitérés lineáris függvényének tekinthető, s így a keresett erő  $P_3$  és  $P'_s$  számtani közepe. Ez az erő  $h/2$ -ig gyorsítja a testet, majd  $h/2$ -től  $h$ -ig a test éppen zérus sebességre lassul.

Numerikus adatokkal:

$$P_s = G \cdot \frac{a}{r} = G \cdot \frac{\frac{d}{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\ell^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = 10 \text{ kp} \cdot \frac{0,288 \text{ m}}{2,958 \text{ m}} = 0,98 \text{ kp},$$

$$P'_s = G \cdot \frac{a+h}{r} = 10 \text{ kp} \cdot \frac{0,388}{2,958} = 1,31 \text{ kp}, \quad P_2 = \frac{P_s + P'_s}{2} = 1,15 \text{ kp}.$$

*Megjegyzés.* Ha a kitérítő erő csak vízszintes lehet, akkor a fenti érték

$$P_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}}} \text{ kp} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,1^2}} \text{ kp} = \frac{1}{\sqrt{0,99}} \text{ kp}.$$

Gnädig Péter