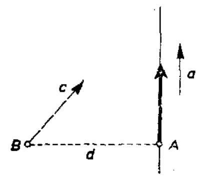

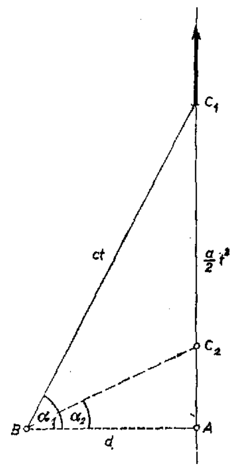

I. megoldás. Ha C-vel jelöljük a találkozási pontot, az ABC derékszögű háromszögben felírhatjuk Pythagoras tételét (l. az ábrát):

$$\frac{a^2t^4}{4} + d^2 = c^2t^2.$$

Az AC, ill. AB oldalak mérőszámait a jól ismert mozgásegyenletek alapján kaptuk. A fönti, másodfokúvá redukálható egyenlet megoldása

$$t = \frac{c\sqrt{2}}{a}\sqrt{1 \pm \sqrt{1-(ad/c^2)^2}.}$$

Jelöljük az ABC szöget α-val. Ekkor

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{c^2}{ad}\left[1 \pm \sqrt{1-(ad/c^2)^2}\right].$$

Csak a négyzetgyök pozitív értékeinek van fizikai értelme, tehát a számszerű megoldás:

$$\begin{aligned} t_1 &= 4{,}45\,\mathrm{sec} \qquad \operatorname{tg}\alpha_1 = 2{,}00 \qquad \alpha_1 = 63^\circ 26', \\ t_2 &= 2{,}23\,\mathrm{sec} \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = 0{,}50 \qquad \alpha_2 = 26^\circ 34'. \end{aligned}$$

Bajmóczy Ervin (Bp., Ady Endre 12 évf. isk. VII. o. t.)

II. megoldás. Célhoz érünk a trigonometria felhasználásával is. Az ABC derékszögű háromszögből

$$ct \cdot \sin\alpha = \frac{a}{2}\cdot t^2, \qquad ct \cdot \cos\alpha = d.$$

A két egyenlet összevetéséből, felhasználva a $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$ összefüggést, kapjuk:

$$\sin 2\alpha = \frac{ad}{c^2}. \tag{1}$$

α ismeretében az első két egyenlet valamelyikéből t is meghatározható, a kapott kifejezés az I. megoldásbeli alakra hozható.

Diszkutáljuk a feladatot. (1)-ből azonnal látható, hogy csak akkor van megoldás, ha $c^2 \geqslant ad$, vagyis az ember sebessége nem lehet tetszés szerint kicsiny. Ha az egyenlőség érvényes, $\alpha = 45^\circ$, csak egy megoldás van, a $>$ reláció teljesülése esetén kettő, melyek egymás pótszögei (kétszeresük (1) szerint egymás kiegészítő szöge). Ha azt az esetet is eredményesnek tekintjük, amikor az ember előbb ér oda a sínhez, mint a villamos vége, akkor minden $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \leq$ irányszög megoldás, mert a villamosnak $t_v = 2c \cdot \sin\alpha/a$, az embernek $t_c = d/(c\cdot\cos\alpha)$ időre van szüksége ahhoz, hogy a C pontba érjen, és

$$t_v > t_c,$$

$$\frac{2c}{a}\sin\alpha > \frac{d}{c\cdot\cos\alpha}, \quad \sin 2\alpha > \frac{ad}{c^2},$$

ha α az (1) egyenlet két megoldása közé esik.

Detre Zoltán (Bp., Kölcsey F. g. II. o. t.) dolgozata alapján