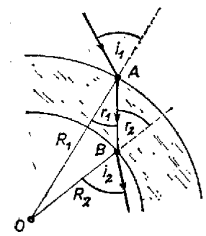
A Snellius–Descartes-törvény szerint, az ábra alapján a külső felületre $\sin\, i_1/\sin\, r_1=n$, a belső felületre $\sin\, i_2/\sin\, r_2=n$. A két egyenletet egymással elosztva és rendezve

$$\frac{\sin\, i_1}{\sin\, i_2}\cdot\frac{\sin\, r_2}{\sin\, r_1}=1. \tag{1}$$

A szinusztétel szerint az ABO tompaszögű háromszögben $\sin\, r_2/\sin\, r_1=R_1/R_2$, ezt (1)-be írva és átrendezve, a bizonyítandó összefüggést kapjuk.



Diszkutáljuk a feladatot. A fönti levezetés csak akkor érvényes, ha a fénysugár a gömbhéj mindkét határfelületén áthalad. Ezenkívül a következő két eset lehetséges:

a) A fénysugár nem éri el a belső határfelületet (legfeljebb súrolja azt). Ennek határesete, hogy $r_2=\pi/2$, $\sin\, r_2=1$, vagyis $\sin\, r_1=R_2/R_1$. Ezt beírva a külső felületre felírt törési egyenletbe:

$$\sin\, i_1=n\cdot R_2/R_1.$$

Az ábrából látható, hogy minden szögre, melynek szinusza a fönti értéknél nagyobb, ugyancsak teljesül a feltétel.

b) A fénysugár a belső felületről visszaverődik. Ekkor $i_2=\pi/2$, $\sin\, i_2=1$, ezt a bizonyítandó összefüggésbe írva $\sin\, i_1=R_2/R_1$. A teljes visszaverődés feltétele tehát

$$nR_2/R_1>\sin\, i_1\geq R_2/R_1.$$

A bizonyításnak tehát csak $\sin\, i_1<R_2/R_1$ esetében van értelme.

Augusztinovicz Fülöp (Sopron, Széchenyi I. g. III. o. t.)