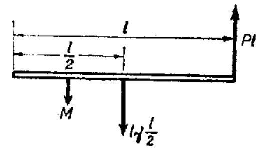
Az emelőre a következő forgatónyomatékok hatnak:
a) a megadott M,
b) az emelő súlypontjában ($l/2$) ható súlyerőből származó $M' = l^2 \cdot \gamma/2$ (l az emelő hossza),
c) az emelő végén ható P erőből származó és M-mel ellentétes irányú $P \cdot l$.



Egyensúly esetén

$$P \cdot l = l^2 \cdot \gamma/2 + M,$$
$$P = l \cdot \gamma/2 + M/l.$$

P minimális értékét keressük.

I. megoldás. P, mint l függvénye egy egyenes és egy hiperbola összege. Ehhez teljesen hasonló, csupán az ordináta irányában eltolt az

$$y = l \cdot \gamma/2 + M/l - c$$

függvény. Válasszuk meg c-t úgy, hogy érintse az l tengelyt (abszcissza). Az érintési pont lesz a minimum. Ez úgy érhető el, hogy az $y = 0$ feltétel mellett kapott

$$l\gamma/2 + M/l - c = 0,$$

azaz

$$\gamma \cdot l^2 - 2c \cdot l + 2M = 0$$

másodfokú egyenlet diszkriminánsát nullának vesszük:

$$4c^2 = 8M\gamma, \qquad c = \sqrt{2M\gamma}.$$

Ebből

$$l = \frac{2c}{2\gamma} = \sqrt{\frac{2M}{\gamma}}$$

és

$$P_{\min} = \frac{1}{2}\gamma \cdot \sqrt{\frac{2M}{\gamma}} + M/\sqrt{\frac{2M}{\gamma}} = \sqrt{2M\gamma}.$$

Dombi József (Szeged, Ságvári E. g. III. o. t).

II. megoldás. A $P = l\gamma/2 + M/l$ kifejezés a következő alakra hozható:

$$P = \sqrt{\frac{\gamma}{2}M}\left[\sqrt{\frac{\gamma}{2M}} \cdot l + \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma}{2M}} \cdot l}\right].$$

Ez a kifejezés hasonlít az $y = x + \dfrac{1}{x}$ kifejezéshez. Átalakítva

$$x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x} = \frac{(x^2-2x+1)+2x}{x} = \frac{(x-1)^2}{x} + 2 \geq 2.$$

A fenti kifejezés zárójelbe foglalt része nagyobb vagy egyenlő, mint kettő. Egyenlőség akkor áll fenn, ha x, azaz

$$\sqrt{\frac{\gamma}{2M}} \cdot l = 1.$$

Ebből

$$l = \sqrt{\frac{2M}{\gamma}},$$

és

$$P_{\min} = \sqrt{2M\gamma}.$$

Nagy Zsuzsanna (Kiskunhalas, Szilády Á. g. III. o. t.)

III. megoldás. Ha a $P = l\gamma/2 + M/l$ összefüggést l-re megoldjuk,

$$l = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 2M\gamma}}{\gamma},$$

akkor látható, hogy a valós megoldás feltétele az, hogy a diszkrimináns ne legyen negatív, amiből következik, hogy P nem lehet kisebb, mint $\sqrt{2M\gamma}$.

$$P_{\min} = \sqrt{2M\gamma},$$

$$l = \sqrt{\frac{2M}{\gamma}}.$$

Kloknicer Imre (Bp., Bláthy O. techn. III. o. t.)