



Nézzük meg a k -adik rész megnyúlását. Ezt a rúd k -adik rész alatti súlya, és mivel a k -adik résznek is van súlya, ennek is valamilyen hányada húzza. Mivel a feszültség a rúdban lineárisan változik, számtani közepet, vagyis a k -adik rész súlyának a felét vesszük.

Ekkor a k -adik részt húzó erőre (P_k) felírhatjuk, hogy

$$P_k = \rho g q \left[\frac{l}{n}(n-k) + \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{n} \right] = \rho g q \frac{l}{n} \left(n - k + \frac{1}{2} \right).$$

Hooke törvénye értelmében a k -adik rész megnyúlása

$$\lambda_k = \frac{1}{E} \frac{P}{q} = \frac{1}{E} \rho g \frac{l}{n} \left(n - k + \frac{1}{2} \right).$$

Az egész rúd megnyúlása ezen megnyúlások összege:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \frac{1}{E} \rho g \frac{l}{n} \left[n^2 - (1 + 2 + \dots + n) \right] + \frac{1}{2} n \left[\right] = \\ &= \frac{1}{E} \rho g \frac{l}{n} \left(n^2 - \frac{n(n+1)}{2} + \frac{1}{2} n \right) = \frac{1}{E} \frac{\rho g l}{2} n. \end{aligned}$$

Tehát a relatív megnyúlás:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda} = \frac{2 \left(n - k + \frac{1}{2} \right)}{n^2}.$$

Ha $n = 10$, akkor

$$\frac{\lambda_k}{\lambda} = \frac{21 - 2k}{100}.$$

Ezek az adatok táblázatban

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{\lambda_k}{\lambda}$ (%)	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1

Legeza István (Kecskemét, Piarista g. III. o. t.)