

A legalsó helyzetben az elektromos erő és a súly egyenlő:

$$\frac{kQ_1Q_2}{4r^2} = mg = K.$$

Az α szöggel jellemzett helyzetben az elektromos vonzóerő (1. ábra):

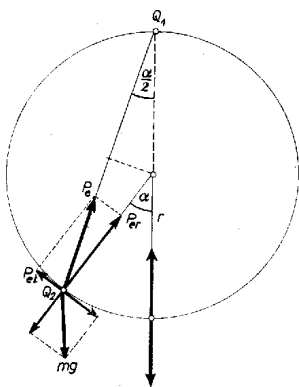
$$P_e = \frac{kQ_1Q_2}{4r^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{K}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Ennek tangenciális összetevője:

$$P_{et} = P_e \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{K \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}},$$

radiális összetevője:

$$P_{er} = P_e \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{K}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$



1. ábra

A súly tangenciális összetevője

$$mg \sin \alpha = K \sin \alpha,$$

radiális összetevője

$$mg \cos \alpha = K \cos \alpha.$$

A (lefelé pozitívnak adódó) teljes tangenciális erő:

$$P_t = K \sin \alpha - \frac{K \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = K \cdot \left[\sin \alpha - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \right].$$

A (kifelé pozitívnak adódó) teljes radiális erő:

$$P_r = K \cos \alpha - \frac{K}{\cos \frac{\alpha}{2}} = K \cdot \left[\cos \alpha - \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \right].$$

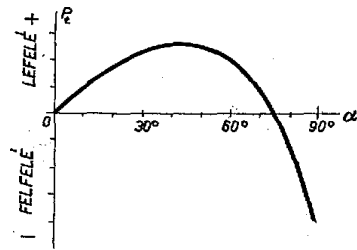
Az egyensúlyi helyzetben $P_t = 0$, innen

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2},$$

vagyis:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt[3]{0,5} = 0,794, \quad \frac{\alpha}{2} = 37^\circ 24', \quad \alpha = 74^\circ 48'.$$

Meg kell vizsgálni P_t és P_r α -tól való függését. Ami P_r radiális erőt illeti, mivel $\cos \alpha$ kisebb 1-nél, $1/\cos \frac{\alpha}{2}$ nagyobb 1-nél, a radiális erő mindig negatív, vagyis amint a golyócskát kimozdítjuk alsó helyzetéből, rögtön felrepül. Tehát csak a nagy gömb külső felületén próbálkozhatunk.



2. ábra

A 2. ábra tünteti fel a teljes tangenciális erő α -tól való függését ($K = 1$). Amint látható, az $\alpha = 74^\circ 48'$ -hez tartozó egyensúlyi helyzet labilis, hiszen α -t növelve felfelé, α -t csökkentve lefelé ható erőt kapunk. Így ez az egyensúlyi helyzet labilis. Viszont az $\alpha = 0$ -hoz tartozó egyensúlyi helyzet stabilis, mert kimozdításkor lefelé ható tangenciális erő keletkezik, amely a golyócskát visszaviszi.

Tehát ha a bodzabélgolyócskát a gömb külső felületén alsó helyzetéből kimozdítjuk, akkor az oda visszatér. De ha a bodzabélgolyót $\alpha = 74^\circ 48'$ fölé visszük, akkor felszalad a gömb tetején levő pozitív töltéshez.

Herényi István (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t.)