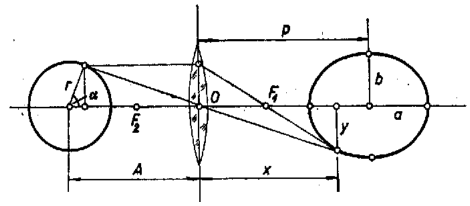
Egy bizonyos tárgypont koordinátái (l. ábra) $A - r\cos\alpha$ és $r\sin\alpha$. Elég csak a tengelyen átmenő egyik síkban elvégezni a számítást. A képpont koordinátái x, y.



Hasonló háromszögekből:

$$\frac{y}{x} = \frac{r\sin\alpha}{A - r\cos\alpha},$$

a lencsetörvényből:

$$\frac{1}{A - r\cos\alpha} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}.$$

E két egyenletből kiküszöbölve α-t kapjuk a kép függvényét:

$$\left(\frac{xf}{x-f} - A\right)^2 + \left(\frac{yf}{x-f}\right)^2 = r^2.$$

Átrendezve:

$$\frac{\left[x - \dfrac{f\left(A^2 - Af - r^2\right)}{(A-f)^2 - r^2}\right]^2}{\left[\dfrac{rf^2}{(A-f)^2 - r^2}\right]^2} + \frac{y^2}{\left[\dfrac{rf}{\sqrt{(A-f)^2 - r^2}}\right]^2} = 1.$$

E függvényből látszik, hogy a kép olyan ellipszis, amelynek az optikai tengelyben fekvő fél nagytengelye:

$$a = \frac{rf^2}{(A-f)^2 - r^2}.$$

Az optikai tengelyre merőleges fél kistengelye:

$$b = \frac{rf}{\sqrt{(A-f)^2 - r^2}},$$

középpontjának távolsága a lencsétől pedig:

$$p = \frac{f(A^2 - Af - r^2)}{(A-f)^2 - r^2}.$$

Számadataink felhasználásával: $a = 75/16$ cm $= 4{,}6875$ cm, $b = 15/4$ cm $= 3{,}75$ cm, $p = 205/16$ cm $= 12{,}8125$ cm. Az egész kép egy forgási ellipszoid, amely akkor keletkezik, ha ezt az ellipszist a tengely körül forgatjuk.

Balogh Ágota (Kiskunhalas, Szilády g. IV. o. t.)

Megjegyzések. Több megoldó rámutatott arra, hogy csak a gömb egy részéről jön létre a valóságban kép. Érdekes kérdés volna a kép fényeloszlásának vizsgálata, valamint annak megállapítása, milyen másodrendű felületek (hiperboloidok) keletkeznek, ha a világító gömb részben vagy egészen a fókuszon belülre nyúlik.