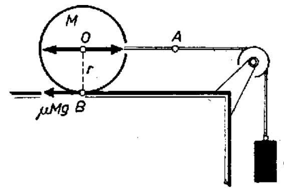
Kis tömegnél A-ban a fonálerő (1. ábra) $m(g-a)$, ez részben gyorsítja, részben forgatja a hengert. A forgatóerő $P=mg-ma-Ma$.

A szöggyorsulás $\beta=\dfrac{a}{r}=\dfrac{(mg-ma-Ma)r}{I}$. Innen

(1)
$$a=\frac{m}{m+M+I/r^2}g.$$



1. ábra

Ha m nagy, a olyan nagy lesz, hogy a henger megcsúszik. Vegyünk fel O-ban egymással ellentétesen μMg súrlódási erővel egyenlő erőket. Így a henger gyorsítására marad $m(g-a)-\mu Mg$, ettől a gyorsulás

(2)
$$a=\frac{m-\mu M}{m+M}g \text{ lesz.}$$

Az erőpár forgatónyomatéka μMgr, a szöggyorsulás

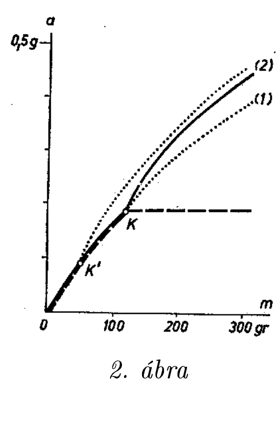
$$\beta=\frac{a_r}{r}=\frac{\mu Mrg}{I}.$$

A henger kerületi pontjainak gyorsulása tehát

(3)
$$a_r=\frac{\mu Mgr^2}{I}.$$

A haladó gyorsulásra kapott két képlet akkor vált át, ha (1) és (2) egyenlő. Innen a kritikus tömeg:

$$m_k=\mu M\frac{I/r^2+M}{I/r^2-\mu M}=112{,}5\text{ g}.$$



2. ábra

A feladat diszkusszióját a 2. ábra tartalmazza, ebben a függését látjuk m-től. A folytonos vonal 0-tól K-ig (1) szerint fut, majd (2) szerint megy tovább. A szaggatott vonal a tengelyforgáshoz tartozó gyorsulást mutatja. K, azaz m_k fölött gördülés és csúszás van.

Ha μ más értékű lesz, K vándorol az (1) görbén, pl. $\mu=0{,}05$-nél a (2) görbe K'-től indul ki. Érdekes, hogy ha μ nagyobb $\dfrac{I}{Mr^2}$-nél, akkor a K pont kimegy a végtelenbe, és bármilyen m tömegnél sima legördülés van. Ekkor, és ennél nagyobb μ-nél csak (1) szerint megy végbe a mozgás.

Haber Róbert (Budapest, Táncsics M. g., III. o. t.)