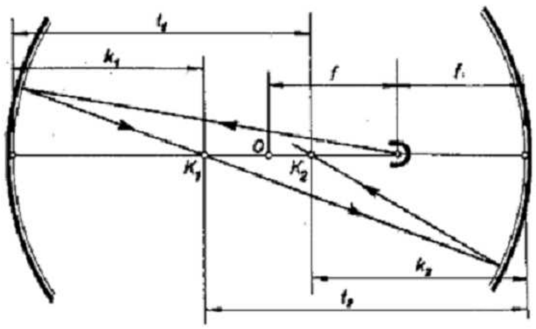
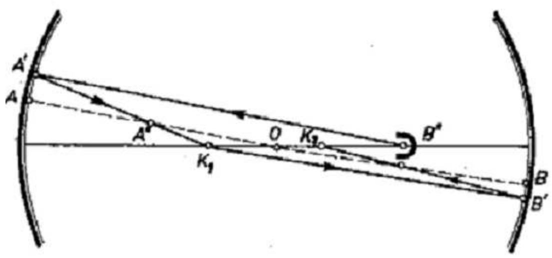
I. megoldás. Éles kép keletkezésének az a feltétele, hogy az ellenző a sugárnyalábot kis nyílásszögre korlátozza, amint ez a feladat szövegéből is kitűnik. Az első visszaverődés alkalmával, amikor a gömb bal oldali része tükröz (1. ábra), a tárgytávolság $t_1 = 3f$, és a képalkotás törvénye szerint

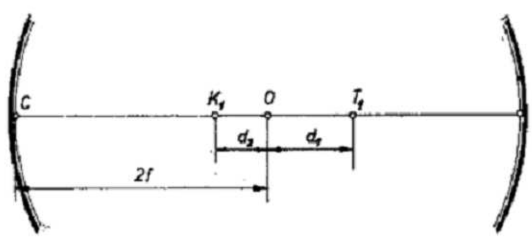
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{k_1}.$$

Innen a bal oldali gömbfelülettől mért képtávolság:

$$k_1 = \frac{3}{2} \cdot f.$$







Az ilyen módon keletkezett kép mint tárgy szerepel a gömb jobb oldali tükröző felülete számára. Az innen mért tárgytávolság $t_2 = 2{,}5f$, és a képalkotás törvénye szerint

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}5f} + \frac{1}{k_2}.$$

Innen a jobb oldali gömbfelülettől mért képtávolság:

$$k_2 = \frac{5}{3} \cdot f.$$

Ha a lámpa jobbra sugároz, akkor a fókuszban van, a tengellyel párhuzamos sugárnyaláb verődik vissza és a bal oldali fókuszban, a rádiusz felében keletkezik újra kép. Ezután a további képalkotás az előbbi szerint folytatódik.

Babai László (Bp., Fazekas M. g. I. o. t.)

II. megoldás. Szerkesztéssel gyorsan kaphatjuk meg a képpontokat (2. ábra). O középpontból rádiuszt rajzolunk a gömbfelszín tetszés szerinti A pontjába. A fényforrásból AO-val párhuzamos fénysugarat rajzolunk, amely a tükröt A'-ben éri el és visszaverődés után AO felezőpontján, A''-n megy át. Ennek a fénysugárnak a tengellyel alkotott K_1 metszéspontja az első középpont. Az eljárást megismételjük a gömb másik oldalán. A tetszés szerinti irányban rajzolt OB rádiusz felezőpontján, B''-n megy át az a fénysugár, amely OB-vel párhuzamosan B'-ben érte el a tükröt.

Megjegyzés. A feladatban két egymás utáni képalkotás szerepel. Bebizonyíthatjuk, hogy tovább keresve a keletkezett képek újabb képeit, ezek mindjobban közelednek a gömb középpontjához (3. ábra).

Legyen egy tárgytávolság $CT_1 = 2f + d_1 = t_1$ (ahol d_1 pozitív). Ekkor a k_1, képtávolság a leképezési törvény szerint

$$k_1 = \frac{t_1 f}{t_1 - f} = \frac{(2f + d_1)f}{2f + d_1 - f} = \frac{(2f + d_1)f}{f + d_1}.$$

A képpont távolsága a gömb középpontjától $d_2 = K_1O = 2f - k_1 = 2f - \dfrac{(2f + d_1)f}{f + d_1} = d_1 \cdot \dfrac{f}{f + d_1}$.

Látható, hogy d_2 kisebb, mint d_1.