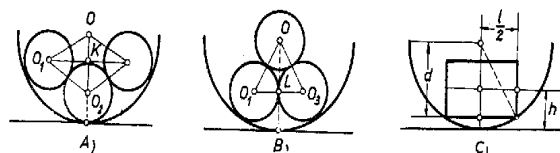


Az egyik lehetséges elrendezés mellett (*A* rajz) a három henger egymás mellett fekszik a vályú alján. A középső henger tömege az  $r$  rádiusz által meghatározott magasságban levő súlypontban egyesíthető, ezért a középső henger helyzeti energiája a vályú fenekéhez viszonyítva  $mgr$ . A szélső hengerek középpontjának magassága  $2r$ , mert az  $O_1O_2O$  háromszög mindegyik oldala  $2r$  lévén ez a háromszög szabályos háromszög, és  $O_1K$  felezi  $O_2O$  távolságot. Így mindegyik szélső henger helyzeti energiája  $2mgr$ , és az összes helyzeti energia  $2mgr + 2mgr + mgr = 5mgr$ .



Egy másik lehetséges elrendezés (*B* rajz), hogy két henger fekszik alul és a harmadik rajtuk. A felső henger középpontja a vályú középpontjába kerül, mert a vályú rádiusza  $3r$ ; ennek a hengernek  $3mgr$  a helyzeti energiája.  $O_1O_3O$  ismét  $2r$  oldalú szabályos háromszög, tehát  $OL = 2r\sqrt{3}/2 = r\sqrt{3}$ . Így  $O_1$  és  $O_3$  magassága a vályú fenekéhez képest  $3r - r\sqrt{3} = r(3 - \sqrt{3})$ . A három henger összegezett helyzeti energiája  $2mgr(3 - \sqrt{3}) + 3mgr = (9 - 2\sqrt{3})mgr = 5,536mgr$ . Tehát a *B* rajz szerinti esetben több a helyzeti energia, és az *A* rajz szerinti elhelyezkedés jelenti a legkisebb helyzeti energiát. Érdekes, ha valamilyen okból mégis a *B* rajz szerinti helyzet alakul ki, akkor ez magától nem képes az *A* alatti elrendezésbe átmenni. Ugyanis a felső henger és a vályú között  $2r$  szélességű csatorna van, amelyben a két alsó henger úgy mozdul el, hogy a felső henger helyén marad. A *B* elrendezés úgy alakulhatna át az *A* szerinti elrendezésé, hogy energiabefektetéssel (aktivációs energia) felemelnénk a szélső hengereket a középső magasságáig, azután a középsőt leejtenénk és a két szélsőt hagynánk melléje gurulni.

Ugyanezen eredmények úgy is megkaphatók, ha azt keressük, hogy mikor helyezkedik el legmélyebben a három henger közös súlypontja.

*Almási László* (Salgótarján, Madách g. III. o. t.)

*Megjegyzés.* A feladat szövege nem szólt a vályú hosszáról, de triviális esettel állunk szemben, ha a vályú olyan hosszú, hogy a hengerek egymás után helyezhetők el benne. Természetesen ekkor még kisebb a helyzeti energia. A feladat szövegétől eltérően vizsgáljuk meg, mi lesz, ha a hengereket a vályú tengelyére merőlegesen helyezzük el a vályúban (*C* rajz). Az  $l$  hosszúságú henger legalul fekvő alkotója  $d$  mélységben van a vályú középpontja alatt.

Pythagoras tételéből  $(3r)^2 = (l/2)^2 + d^2$ . Innen  $d = \sqrt{9r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$ . A súlypont magassága a vályú feneké felett:

$h = 3r - d + r = 4r - \sqrt{9r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$ . A három henger helyzeti energiája  $3mgh$ . Ha  $l = 0$ , a helyzeti energia  $3mgr$ , vagyis minden eddigi esetnél kisebb. Növelve a henger  $l$  hosszúságát a súlypont feljebb emelkedik és a helyzeti energia  $l = 8\sqrt{2}r/3 = 3,771r$ -nél éri el az *A* eset szerinti  $5mgr$  értéket, majd hosszabb hengernél még nagyobb lesz. A henger lehetséges legnagyobb hossza  $l = 6r$ , amikor is a helyzeti energia  $12mgr$ .

*Steiner György* (Bp., Radnóti M. g. III. o.)