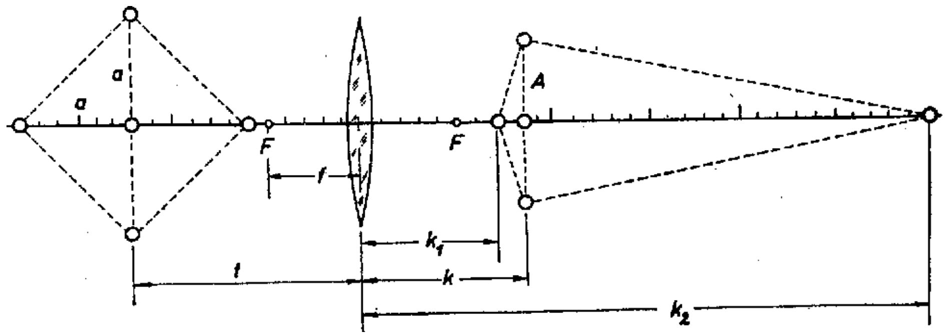
Az ábra jelöléseit használva az eredeti oktaéder köbtartalma $2\cdot(2a^2\cdot a)/3=4a^3/3$. A középpont képének képtávolsága: $k=tf/(t-f)$. A tengelyen fekvő csúcsok képtávolságai pedig: $k_1=\dfrac{(t+a)f}{t+a-f}$, ill. $k_2=\dfrac{(t-a)f}{t-a-f}$. k_2-k_1 megadja a kép-oktaéder magasságát.



Most még a kép-oktaéder négyzetes metszetének területére van szükségünk. A középponton áthaladó, tengelyre merőleges síkban a nagyítás: $N=k/t=f(t-f)$, ezért a nagyított képe $A=a\dfrac{f}{t-f}$. Így a kép-oktaéder négyzetes metszetének területe: $2A^2=\dfrac{2a^2f^2}{(t-f)^2}$. A kép-oktaéder magassága pedig a fentiek szerint:

$$k_2-k_1=\frac{(t-a)f}{t-a-f}-\frac{(t+a)f}{t+a-f}=\frac{2f^2a}{(t-f)^2-a^2}.$$

A kép-oktaéder köbtartalma – mivel két közös alapú gúlából áll – ugyanúgy számítható, mint egy gúláé:

$$\frac{2A^2}{3}(k_2-k_1)=\frac{4a^3f^4}{3}\cdot\frac{1}{(t-f)^4-a^2(t-f)^2}.$$

A köbtartalmakat egyenlővé téve:

$$\frac{4a^3}{3}=\frac{4a^3f^4}{3\left[(t-f)^4-a^2(t-f)^2\right]}.$$

Átrendezve; $(t-f)$-re másodfokúra redukálható negyedfokú egyenletet kapunk: $(t-f)^4-a^2(t-f)^2-f^4=0$, melynek fizikai jelentéssel bíró megoldásából:

$$t=f+\sqrt{\frac{a^2+\sqrt{a^4+4f^4}}{2}}.$$

Esetünkben: $t=11{,}98$ cm.

Mészáros Ildikó (Veszprém, Lovassy L. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Több dolgozat utalt arra, hogy ha a lencsét az oktaéder belsejében helyezzük el, akkor is található olyan tárgytávolság, hogy az oktaéder csúcsainak képei által kifeszített oktaéder térfogata egyenlő legyen az eredeti oktaéder-térfogattal. Ez a test azonban nem tekinthető az oktaéder képének, mert az éppen nem itt van: a végtelenbe nyúlik. Ez világos, ha arra gondolunk, hogy ilyenkor a lencse fókusza is az oktaéder belsejében van, ennek képe pedig a tengely végtelen távoli pontja.