A zsák esési ideje a $h/2$ úton

$$t_1=\sqrt{\frac{h}{g}},\quad h \text{ úton } t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Az x magasságból eső kő esési ideje

$$t_3=\sqrt{\frac{2x}{g}}, \text{ a kő indítása után } t_4=\sqrt{\frac{2x-h}{g}}$$

idő után éri el a zsákot.

A zsák az utolsó $h/2$ utat t_2-t_1 idő alatt teszi meg, a kő ugyanezt az utat t_3-t_4 idő alatt. Ennek alapján $t=(t_2-t_1)-(t_3-t_4)=t_2-t_1-t_3+t_4$, az előbbiek felhasználásával

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}-\sqrt{\frac{h}{g}}-\sqrt{\frac{2x}{g}}+\sqrt{\frac{2x-h}{g}}.$$

Algebrai átalakításokkal

$$\sqrt{2x-h}-\sqrt{2x}=\sqrt{g}\cdot t+\sqrt{h}-\sqrt{2h}, \text{ ebből}$$
$$\sqrt{2x-h}=\left[\sqrt{g}\cdot t+\sqrt{h}(1-\sqrt{2})\right]+\sqrt{2x},$$

négyzetre emelve, rendezve, a szögletes zárójelben levő kifejezést a-val jelölve,

$$2x-h=a^2+2x+2a\sqrt{2x}, \text{ amiből}$$
$$-2a\sqrt{2x}=a^2+h, \text{ újabb négyzetre emeléssel}$$
$$4a^2\cdot 2x=(a^2+h)^2,$$
$$x=\frac{(a^2+h)^2}{8a^2}=\frac{\left\{[\sqrt{g}t+\sqrt{h}(1-\sqrt{2})]^2+h\right\}^2}{8\left[\sqrt{gt}+\sqrt{h}(1-\sqrt{2})\right]^2}.$$

A kő $t'=t_4-t_1$ idővel a zsák indítása előtt indult:

$$t'=\sqrt{\frac{2x-h}{g}}-\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Számszerűen $x=22$ m, $t'=0{,}413$ sec.

A t megadásánál figyelembe kell vennünk, hogy t feltétlenül kisebb t_2-t_1-nél. hiszen a kő nem lehet előbb lent, mint $h/2$ magasan, még kevésbé lehet egyszerre a két helyen ($h\neq 0$).
Ezt felírva

$$t<\sqrt{\frac{h}{g}}\left(\sqrt{2}-1\right).$$

Ez a feltétel egyben azt is kiköti, hogy az x-re kapott kifejezés nevezője nem lehet 0.

Nem pozitív t-nek is adhatunk értelmet. Pl. $t=0$ esetben képletünk megadja a nyilvánvaló $x=4$ megoldást.

Negatív t esetén azonban ki kell kötnünk, hogy az eredményül kapott x nem kisebb h/2-nél, így t_3 minimuma $\sqrt{\frac{h}{g}}$.
t alsó korlátját ennek alapján kiszámíthatjuk

$$t\geq t_3-(t_2-t_1)\geq\sqrt{\frac{h}{g}}-\sqrt{\frac{2h}{g}}+\sqrt{\frac{h}{g}}=\sqrt{\frac{h}{g}}(2-\sqrt{2}).$$

Ebből

$$t\geqq\left(-2-\sqrt{2}\right)\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Egyesítve a 2 feltételt

$$\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{\frac{h}{g}}>t\geq(-2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Babai László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)
dolgozata alapján