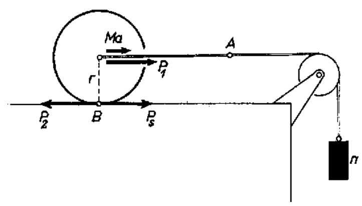
I. megoldás. Valamennyi egyéb adatot változatlanul tartva a μ csúszó súrlódási együttható értékét igen nagy értékektől 0 felé haladva változtatjuk. Az m tömeg és a henger középpontja valamilyen a gyorsulással fognak mozogni (1. ábra).



1. ábra

A pontban a fonálerő $mg - ma$. Ennek az erőnek egyik része, Ma a henger középpontját gyorsítja. A megadott $P_1 = mg - ma - Ma$ erővel egyenlő nagyságú, ellentétes irányú erőket veszünk fel B érintkezési pontban. Ha μ igen nagy, akkor P_s csúszó súrlódási erő elég nagy ahhoz, hogy a $P_2 = mg - ma - Ma$ erőt kiegyensúlyozza, anélkül, hogy a maximálisan lehetséges μMg súrlódási erőt igénybe vennénk. A megmaradt P_1 erő r erőkar esetén $(mg - ma - Ma)r$ forgatónyomatókkal rendelkezik, és a henger simán gördül $\beta = a/r$ szöggyorsulással. A szöggyorsulás egyenlő a forgatónyomaték és az I tehetetlenségi nyomaték hányadosával:

$$\frac{a}{r} = \frac{(mg - ma - Ma)r}{I}.$$

Innen kiszámíthatjuk a gyorsulást, az eredmény:

(1) $$a = \frac{m}{m + M + I/r^2} \cdot g.$$

Csökkentsük a μ súrlódási együtthatót. Ha elértük a $\mu_0 Mg = mg - ma - Ma$ egyenlőséget, akkor megkaptuk azt a legkisebb súrlódási együtthatót, amely mellett még lehetséges gördülés. A súrlódási együttható ebben az esetben:

$$\mu_0 = \frac{mg - ma - Ma}{Mg},$$

illetőleg felhasználva a (1) szerinti értékét:

(2) $$\mu_0 = \frac{m}{M} \cdot \frac{I/r^2}{m + M + I/r^2}.$$

Ha μ kisebb lesz, mint μ_0, akkor a teljes μMg súrlódási erő nem elegendő $mg - ma - Ma$ egyensúlyozására. Fellép a teljes μMg súrlódási erő és μMgr forgatónyomatékkal $\beta = \mu Mgr/I$ szöggyorsulást okoz. Az ehhez tartozó lineáris gyorsulás:

(3) $$a_r = \beta r = \frac{\mu Mgr^2}{I}.$$

Az A pontban működő $mg - ma$ fonálerő a hengert gyorsító Ma erő és a μMg súrlódási erő összegével egyenlő:

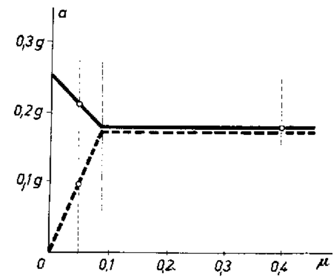
$$mg - ma = Ma + \mu Mg.$$

Innen a haladó mozgás gyorsulása:

(4) $$a = \frac{m - \mu M}{m + M} \cdot g.$$

Amíg $\mu > \mu_0$, addig (1), amikor $\mu < \mu_0$, akkor (4) érvényes. μ_0-nak (2) alatti értéke mellett (1) és (4) egyformán az (1) szerinti értéket adja. Úgy is mondhatjuk, hogy a kétféle lehetséges mozgási mód közül a nagyobb gyorsulású valósul meg. Számértékeink mellett $I = Mr^2/2 = 600\,\mathrm{gcm}^2$, $I/r^2 = 150\,\mathrm{g}$, $\mu_0 = 1/11 = 0{,}0909$, az (1) szerinti gyorsulás $a = 2g/11 = 0{,}1818\,g = 178\,\mathrm{cm/sec}^2$, a (4) szerinti gyorsulás

$$a = \frac{1 - 3\mu}{4} \cdot g.$$



2. ábra

A gyorsulás μ-től való függését a 2. ábra mutatja. A szaggatott vonal a tengely körüli forgáshoz tartozó lineáris gyorsulást mutatja (3) szerint; a mi esetünkben $a_r = 2\mu g$. Látható, hogy $\mu = 0$ és μ_0 között csúszás is van, viszont μ_0 felett sima a legördülés. A feladatunkban szereplő $\mu = 0{,}4$ a μ_0 fölé esik, $\mu = 0{,}05$-nél viszont $a = 17g/80 = 208\ \mathrm{cm/sec}^2$, $a_r = g/10 = 98\ \mathrm{cm/sec}^2$.

Mészáros Ildikó (Veszprém, Lovassy g. IV. o. t.)

II. megoldás. m tömeg a gyorsulással süllyedve t idő alatt $mg \cdot at^2/2$ munkát végez. Ha μ nagy, akkor ebből a munkavégzésből $(m+M)v^2/2$ haladási mozgási energia és $\omega^2 I/2 = (\beta t)^2 I/2 = (at/r)^2 I/2$ forgáshoz tartozó mozgási energia lesz:

$$\frac{mg \cdot at^2}{2} = \frac{m+M}{2} \cdot (at)^2 + \frac{a^2t^2}{r^2} \cdot \frac{I}{2}.$$

Tiszta legördülésnél a súrlódás ellen nem végzünk munkát. Ez az egyenlet a-ra az (1) eredményt adja.

Ha μ kicsiny, a munkavégzésből $(m+M)v^2/2$ haladási mozgási energia, $\omega^2 I/2 = (\beta t)^2 I/2$ forgási mozgási energia és $at^2/2 - a_r t^2/2$ úton a maximális $\mu M g$ súrlódási erő ellen végzett munka tartozik:

$$\frac{mg \cdot at^2}{2} = \frac{m+M}{2} \cdot (at)^2 + \frac{(\beta t)^2 I}{2} + \mu M g \left(\frac{at^2}{2} - \frac{a_r t^2}{2} \right),$$

(3)-at figyelembe véve:

$$\frac{mg \cdot at^2}{2} = \frac{m+M}{2} \cdot (at)^2 + \frac{\mu M g a t^2}{2}.$$

Ez a-ra a (4) alatti eredményt adja.

Gnädig Péter (Bp., Táncsics M. g. IV. o. t.)