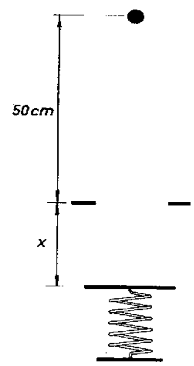
Először számítsuk ki, hogy mennyi energiája van egy összenyomott vagy kihúzott rugónak. A rugóállandó $k = P/y$, ahol P az y kitéréshez tartozó rugóerő. Egyik végén rögzített rugó másik végére erősítsünk egy m tömegű testet. Ezt a testet mozdítsuk el x távolságra, majd hagyjuk magára. Ekkor a test harmonikus rezgőmozgást fog végezni, melynek körfrekvenciája $\omega = \sqrt{k/m}$. A rezgés amplitúdója x. Az x kitéréshez tartozó rugóenergia éppen egyenlő lesz a nulla kitéréshez tartozó mozgási energiával:

$$E(x) = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2}m(x\omega)^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2.$$

A test ráesik a tányérra, a rugó összenyomódik, majd visszadobja a testet az eredeti magasságba, ugyanis a rugó nem tárolhat energiát (nincs tömege) és az energia megmarad. Ez a folyamat ismétlődik periodikusan tovább.



A tömeg helyzeti energiáját $h = 50$ cm-rel a mérlegtányér nyugalmi helyzete felett vegyük nullának. Ha a rugó maximális rövidülése x, a test energiája az eredeti helyzet alatt $x + h$ mélységben csak helyzeti energia. A rugónak ekkor $\frac{1}{2}k \cdot x^2$ energiája van, ahol $k = 160$ pond/cm. A két energia összege nulla (ennyi volt kezdetben a rendszer összes energiája):

$$-m \cdot g \cdot (h + x) + \frac{1}{2}kx^2 = 0,$$

ahol $m = 500\,\mathrm{g}$. A másodfokú egyenlet pozitív gyöke $x \approx 21{,}1\,\mathrm{cm}$, vagyis a rugó maximálisan ennyivel nyomódik össze.

Több dolgozat alapján

Megjegyzések. 1. A mozgás egy periódusa a következő részekből áll: a test eléri a mérleg tányérját (1), a mérleggel együtt mozog az alsó holtpontig (2), a mérleggel együtt mozog felfelé (3) és végül visszajut a kiindulási helyzetébe (4). Kiszámíthatjuk a periódus idejét:

$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 2(t_1 + t_3)$ – a szimmetria okok miatt. Nyilván $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0{,}319$ sec.

Amíg a tányér és a tömeg együtt mozog, a tömeg harmonikus rezgőmozgást végez, melynek körfrekvenciája $\omega = \sqrt{k/m}$. A rezgés középpontja ott van, ahol a rugóerő éppen $m \cdot g$. A rugó rövidülése ekkor $z = mg/k \approx 3{,}1\,\mathrm{cm}$. A rezgés amplitúdója $x - z$, vagyis a pillanatnyi kitérés $(x - z) \cdot \cos \omega t$. Ha az időmérést az alsó holtponton indítjuk, t_3 idő múlva a kitérés éppen $-z$ lesz: $-z = (x - z) \cdot \cos \omega t_2$. Innen $\omega \cdot t_2 \approx 100^\circ$ vagyis $t_3 \approx 0{,}098$ sec.

A periódus ideje tehát: $T = 2\,(t_1 + t_3) \approx 0{,}835$ sec. Ebből a rugó is mozgott $2\,t_3 \approx 0{,}175$ sec-ig. A mozgás frekvenciája pedig $f = 1/T \approx 1{,}2\,\mathrm{Hz}$

Babai László (Budapest, Fazekas Mihály gyak. g. I. o. t.)

2. Egy súlytalan rugó addig mozog, amíg hossza nem éri el a nyugalmi hosszt, vagy ameddig külső test hat rá. A feladatban így nincs szükség peckekre.

Vicsek Tamás (Budapest, Radnóti M. g. III. o. t.)