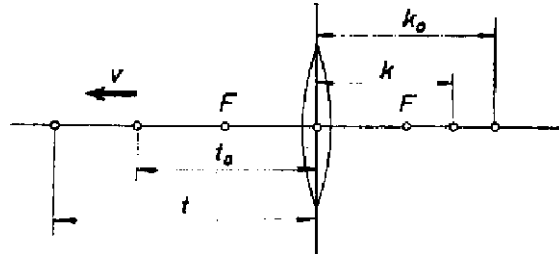


A feladat első kérdésénél induljunk ki abból, hogy a t_0 távolságban levő tárgy képe k_0 -ban van, azután a tárgy v sebességgel távolodik (1. ábra). Ez azt jelenti, hogy a t tárgytávolsági τ idő ilyen függvénye: $t = t_0 + v\tau$.



1. ábra

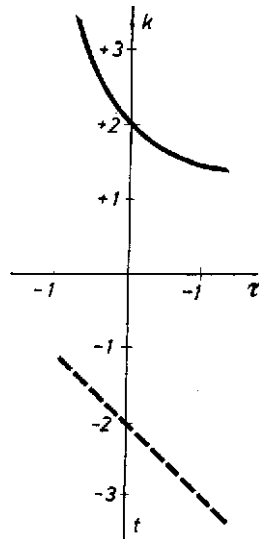
A lencse ismert leképezési törvényéből következik, hogy a képtávolság:

$$k = \frac{tf}{t-f}$$

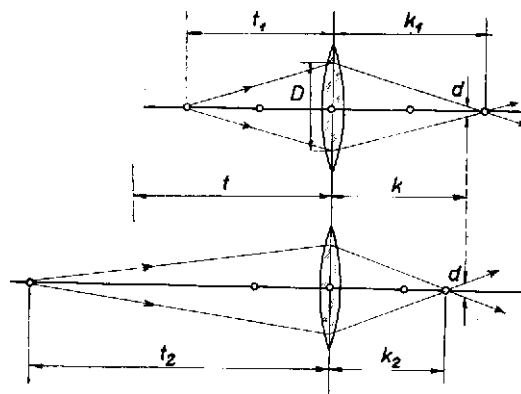
(f a lencse gyújtótávolsága.) Ide behelyettesítjük az időtől függő tárgytávolságot:

$$k = f \cdot \frac{t_0 + v\tau}{t_0 + v\tau - f}$$

A 2. ábra feltünteti a függvény menetét, a távolságokat f gyújtótávolság arányában mérve. A negatív ordináta irányában szaggatott vonal mutatja a tárgytávolság függését. A képtávolság időtől való függését hiperbolaív tünteti fel, amelyről látható, hogy változása mindig lassúbb.



2. ábra



3. ábra

A feladat második kérdését a fényképezék mint mélységi élességet ismerik (3. ábra). Ha t_1 távolságban van egy tárgy, akkor éles képe k_1 távolságban keletkezik, ugyanakkor azonban t_2 távolságban levő tárgy képe az előbbi k_1 távolságban nem lehet éles, mert az éles kép k_2 -ben keletkezne. Ilyenkor bizonyos mértékig meg kell alkudnunk a lehetőségekkel. Az életlenség mértékét az adja meg, hogy a pont helyett keletkező kör d átmérője mekkora. Ha a lencse átmérője D , és a t_1 távolságban levő tárgy képe k_1 távolságban keletkezik, de a filmet k távolságra helyezzük, akkor érvényes ez az arányosság:

$$\frac{d}{D} = \frac{k_1 - k}{k_1}.$$

Ugyanígy, ha a t_2 távolságban levő tárgy képe k_2 -ben keletkezik, és k távolságban van a film, akkor

$$\frac{d}{D} = \frac{k - k_2}{k_2}.$$

Ha mind t_1 -ről, mind t_2 -ről tűrhető élességű képet akarunk kapni, akkor legcélszerűbb a filmet olyan k távolságra tennünk, hogy a d körök átmérője egyenlő legyen:

$$\frac{k_1 - k}{k_1} = \frac{k - k_2}{k_2}.$$

Ennek megoldása:

$$\frac{2}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}, \quad \text{illetve} \quad k = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2}.$$

Matematikai fogalmat használva a filmet a két élesre állítási távolság harmonikus középértékére kell állítanunk. (Harmonikus középérték például a homorú gömbtükör rádiusza a tárgytávolság és képtávolság között.) Most csak azt kell megvizsgálnunk, hogy ezen k -hoz mekkora tárgytávolság tartozik. A leképezési törvény szerint:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{k}.$$

Felhasználva k -ra kapott előbbi eredményünket:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right).$$

Most vegyük figyelembe, hogy t_1 , k_1 , valamint t_2 , k_2 a leképezés kapcsolatában állnak:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} \quad \text{és} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2}.$$

Ezeket $1/f$ helyébe téve:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right). \\ \frac{2}{t} &= \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}, \quad \text{vagy} \quad t = \frac{2t_1t_2}{t_1 + t_2}. \end{aligned}$$

Tehát az általunk keresett beállítás: a két tárgytávolság harmonikus középértékére, mint tárgytávolságra kell élesre állítani, ami közismerten kisebb, mint a számtani középérték (ezt a feladat így fejezi ki: „pontosan a két tárgy közé”).

Néhány, fényképezéket érdeklő példa: ha a két tárgy távolsága $2f$ és $6f$, akkor $3f$ távolságra kell élesre állítanunk, a kép $2f$ és $1,2f$ között, $1,5f$ távolságban keletkezik. Ha t távolságot és a végtelent egyszerre akarjuk a leginkább elviselhető életlenséggel leképezni, akkor az élesre állítás síkja t és a végtelen harmonikus középértéke: $2t$, a filmet pedig $2tf/(2t - f)$ távolságban kell elhelyezni.

Bor Pál (Szeged, Ságvári E. g. IV. o. t.) és
Téchy Zsolt (Bp., Kandó K. technikum IV. o. t.)
dolgozata alapján