Induljunk ki a versenyfeladatokat tárgyaló cikk (K.M.L. 1963. évi 7. szám) 87. oldalán a 9. ábrához tartozó adatokból: $P = 3000$ din, $M = 400$ gramm, $\mu = 0{,}002$, $m = 100$ gramm, $I = 160\ \mathrm{g\,cm^2}$, $\beta = 2{,}5\ \mathrm{sec}^{-2}$, $a = 2\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$, $A = 7\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$, $\beta r = 5\ \mathrm{cm\,sec^{-2}} = A - a$. Ekkor simán gördül a golyó a hasábon és a $\mu mg = 200$ din súrlódási erő egyenlő azzal az erővel, amely a golyót gyorsítja; ugyanekkor a hasábot 2800 din gyorsítja.

Most képzeljük el, hogy a golyó tömegét még növeljük sűrűségének nagyobbítása által, például a kétszeresére. Ez azzal járhatna, hogy a teljes ekkor rendelkezésre álló $\mu mg = 400$ din súrlódási erőt átadjuk a golyónak. Tekintve a golyó megkétszereződött tömegét, ettől sem a gyorsulása, sem β szöggyorsulása, sem βr nem változna. De a hasábra csak $3000 - 400 = 2600$ din maradna, amely erő a hasábot csak $6{,}5\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$ gyorsulással volna képes mozgatni. A golyó $A - a$ viszonylagos gyorsulása $6{,}5 - 2 = 4{,}5\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$ lenne, ami kisebb, mint a golyó kerületi pontjainak $\beta r = 5\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$ gyorsulása. Ez lehetetlen, a súrlódási erő nem képes a golyót előreküldeni. Látható, hogy $m = 200$ grammnál már nem kerül sor a maximálisan lehetséges μmg súrlódási erő igénybevételére.

Az az m_k tömeg, amely mellett már sima legördülés van, és amelynél még igénybe vesszük a lehető legnagyobb súrlódási erőt, arról nevezetes, hogy ekkor a golyót előrevivő erő $ma = \mu mg$, tehát a hasáb gyorsulása $A = (P - \mu mg) : M$, tehát a viszonylagos gyorsulás

$$A - a = \frac{P - \mu mg}{M} - \mu g;$$

ugyanekkor a forgómozgás alaptörvénye szerint $\beta - \mu mgr/I$, a kerületi pontok gyorsulása, $\beta r = \mu gr^2/I$. Ha sima legördülés van, akkor $A - a = \beta r$, tehát

$$\frac{P - \mu mg}{M} - \mu g = \frac{\mu mgr^2}{I}.$$

Innen a kritikus tömeg:

$$m_k = \frac{P - \mu Mg}{\mu g(1 + Mr^2/I)}.$$

A mi adatainkkal ($g = 1000\ \mathrm{cm\,sec^2}$) valóban $m_k = 100$ gramm.

Ha a golyó tömege nagyobb, mint m_k, akkor felírjuk a sima legördülés feltételét a golyó kerületén ható ma erővel:

$$A - a = \frac{amr^2}{I},$$

továbbá azt a feltételt, hogy az összes erő megoszlik a golyó és a hasáb között:

$$P = MA + ma.$$

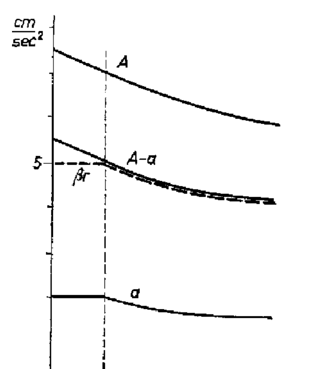
Ennek az egyenletrendszernek a megoldása:

$$a = \frac{P}{m + M + mMr^2/I}, \qquad A = \frac{P(1 + mr^2/I)}{m + M + mrM^2/I},$$

továbbá a legördülés feltételéből a szöggyorsulás:

$$\beta = \frac{P\,mr^2/I}{r(m + M + mMr^2/I)}.$$

Ezek az összefüggések érvényesek az mk kritikus tömeg fölött, grafikus ábrázolásuk az ábrán látható hiperbolaíveket adja.



Ha a golyó tömege kisebb az m_k kritikus tömegnél, akkor a teljes μmg súrlódási erő dolgozik mint a golyót gyorsító erő: $ma = \mu mg$, tehát a golyó gyorsulása a tömegtől függetlenül $a = \mu g$. Emiatt a szöggyorsulás állandó értéke is $\beta = \mu mgr/I$. (I-ben szintén szerepel m tömeg és a számlálóban levő m-mel kiegyszerűsödik.) A hasáb számára megmaradó erő $P - \mu mg$, így a hasáb gyorsulása:

$$A = \frac{P - \mu mg}{M},$$

vagyis m-mel lineárisan csökken. Lineárisan csökken $A - a$ viszonylagos gyorsulás és βr kerületi gyorsulás különbsége, a csúszás mértéke is. $m - 0$ esetében $A = P/M$, de α és β határozatlanok.

Merkel Géza (Budapest, Hengersor u. g. IV. o. t.)