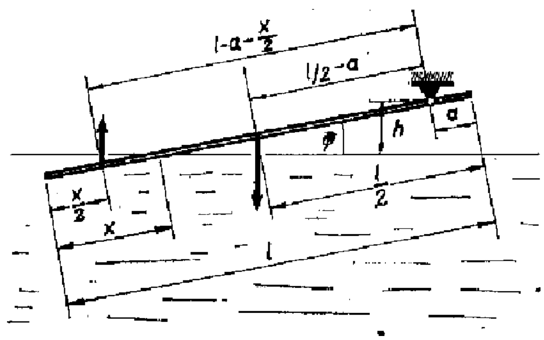
Mivel a pálca egyensúlyban van, kell, hogy a rá ható forgatónyomatékok eredője – pl. a tengelyre vonatkoztatva -0 legyen. A pálcára három erő hat: a súlyerő, a felhajtóerő és a tengelynél egy kényszererő. Az utóbbit nem ismerjük, de ha a forgónyomatékok egyensúlyát a tengelyre írjuk fel, ez úgysem jön számításba. A súlyerő a pálca súlypontjában, a felhajtóerő pedig a vízbe merülő rész középpontjában hat.



Legyen a pálca hossza l, keresztmetszete q, fajsúlya γ, a víz fajsúlya γ_0 és a vízbe merülő rész hossza x! Jelöljük a tengelyen túlnyúló rész hosszát a-val, a tengely vízszint feletti magasságát h-val!

Ezekkel a jelölésekkel a súlyerő forgónyomatéka:

$$lq\gamma\left(\frac{l}{2}-a\right)\cos\varphi,$$

a felhajtóerőé pedig

$$-sq\gamma_0\left(l-a-\frac{x}{2}\right)\cos\varphi.$$

E forgónyomatékok összege 0:

$l\left(\frac{l}{2}-a\right)\gamma-x\left(l-a-\frac{x}{2}\right)\gamma_0=0$, vagy 0-ra redukálva, és bevezetve a $\gamma'=\frac{\gamma_0}{\gamma}$ relatív fajsúlyt:

$$\frac{x^2}{2}-(l-a)x+l\left(\frac{l}{2}-a\right)\gamma'=0,\ \text{ahonnan}$$

$$x=l-a\pm\sqrt{(l-a)^2-l(l-2a)\gamma'}.$$

Adatainkat behelyettesítve x-re 102,6 cm-t, ill. 17,4 cm-t kapunk. Az elsőnek nyilván nincs fizikai értelme, tehát $x=17{,}4$ cm.

A megoldás során egyszerűsítettünk $\cos\varphi$-vel, meg kell tehát vizsgálni a $\varphi=90^\circ$ esetet. Világos, hogy ilyenkor mindig fennáll az egyensúly, vagyis ez is megoldás. Ilyenkor $x=l-a-h$.

Az első megoldásban nem szerepel h, vagyis függetlenül a tengely magasságától, mindig ugyanakkora darab fog vízbe merülni, egészen addig, amíg csak $h<l-a-x$. Ezután már csak a második megoldás ad jó eredményt.

Általában a feladatnak fizikai értelme csak akkor van, ha $0<\gamma'<1$ p/cm^3, és $a<l/2$. Ilyen feltételek mellett a megoldás D diszkriminánsáról azonnal látjuk, hogy $D<(l-a)^2$. A diszkrimináns azonban így is írható: $D=a^2+l(1-2a)(1-\gamma')$, és erről az alakról nyilvánvaló, hogy $D>a^2$. Az általános megoldásnak tehát mindig a "$-$" előjelhez tartozó gyöke a helyes, a másik sohasem.

Takács Gábor (Budapest, Piarista Gimn., III. o. t.)