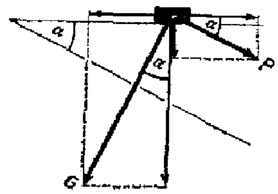
Fejezzük ki az eredő erő F_p lejtő irányú és F_n lejtőre merőleges komponensét:

$$F_p = G\sin\alpha - P\cos\alpha,$$

$F_n = G\cos\alpha + P\sin\alpha$ (a pozitív irányt mindkét erőnél az ábra szerint választjuk).



Akkor van nyugalomban a test, ha $|F_p| \le \mu|F_n|$, hiszen F_p akarja mozgatni a testet, és F_n a nyomóerő. Másképpen:
$F_p \le \mu F_n$ (Ui. $F_n \ge 0$, ellenkező esetben a test nem maradna a lejtőn.)
$-F_p \le \mu F_n$

Az egyensúly feltételei tehát:

(1) $$G\sin\alpha - P\cos\alpha \le \mu(G\cos\alpha + P\sin\alpha)$$

(2) $$P\cos\alpha - G\sin\alpha \le \mu(G\cos\alpha - P\sin\alpha)$$

(3) $$G\cos\alpha \le -P\sin\alpha \qquad (F_n \le 0).$$

A továbbiakban (3)-mal nem kell törődnünk, mert (1) és (2) tartalmazza. Ui. (1) és (2) bal oldalai egymás ellentettjei, tehát egyikük nem negatív, így a közös jobb oldal sem lehet negatív, azaz $G\cos\alpha + P\sin\alpha \le 0$.

a) Az egyenlőtlenségekből P-t kell kifejezni.

(4) (1)-ből $$P \ge \frac{G\sin\alpha - \mu G\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha},$$

(5) (2)-ből $$P \le \frac{G\sin\alpha + \mu G\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}, \quad \text{ha} \quad \cos\alpha - \mu\sin\alpha \ge 0,$$

(6) ill. $$P \ge \frac{G\sin\alpha + \mu G\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}, \quad \text{ha} \quad \cos\alpha - \mu\sin\alpha \le 0$$

(ugyanis negatív számmal való szorzás megfordítja az egyenlőtlenséget). Látható, hogy megoldás mindig van, mert az első esetben (5) jobb oldala nagyobb (4)-énél, így van köztük P, különben (4) és (6) mindig kielégíthető egyszerre: csak elég nagy P-t kell venni.

b) Teljesen hasonlóan $0 \le \operatorname{tg}\alpha < +\infty$-re kapjuk, hogy

$$\operatorname{tg}\alpha \ge \frac{P - \mu G}{G + \mu P}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha \le \frac{P + \mu G}{G - \mu P}, \quad \text{ha} \quad G - \mu P \ge 0, \quad \text{ill.}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \ge \frac{P + \mu G}{G - \mu P}, \quad \text{ha} \quad G - \mu < 0.$$

Megoldás itt is mindig létezik.

c) Ha P, G, α adott, (3) teljesülését fel kell tételeznünk eleve: csak ilyen P, G és α adható meg.

Ezután (1) és (2)-ből

(7) $$\mu \ge \frac{G\cos\alpha + P\sin\alpha}{G\sin\alpha - P\cos\alpha},$$

(8) $$\mu \ge \frac{G\cos\alpha + P\sin\alpha}{P\cos\alpha - G\sin\alpha}.$$

Látható, hogy (7) és (8) jobb oldalai egymás ellentettjei, így tartalmuk egyetlen feltételben foglalható össze:

$$\mu \ge \left|\frac{G\cos\alpha + P\sin\alpha}{G\sin\alpha - P\cos\alpha}\right|.$$

Ez mindig teljesíthető, bár néha valószínűtlenül nagy, esetleg $\infty\mu$-t ad.

Schaub Piroska (Győr, Kazinczy F. g. III. o. t.)
dolgozata alapján