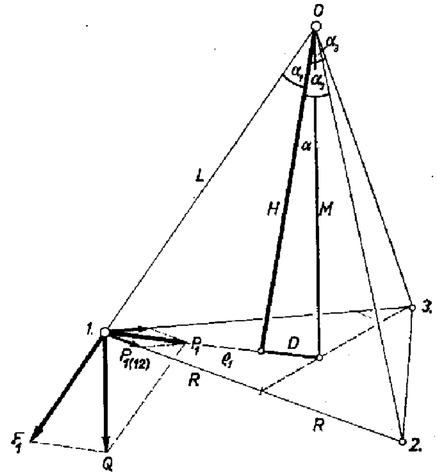
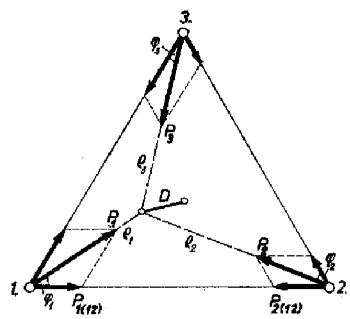
Tekintsük át a geometriai viszonyokat. A golyók középpontjai $2R$ oldalhosszúságú, szabályos háromszög alapú, $l+R=L$ élhosszúságú egyenes gúla alaplapjának 1., 2., 3. jelzésű csúcsaiban vannak (1. ábra). E gúla térbeli magassága $M^2=L^2-\dfrac{4R^2}{3}$. A gúla alapján a három golyó közös súlypontja a csúcsoktól ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 távolságban van (2. ábra).



1. ábra



2. ábra

2. ábra

Kiszámítva e távolságokat, kapjuk:

$$\varrho_1=\frac{2R}{Q_1+Q_2+Q_3}\cdot\sqrt{Q_2^2+Q_2Q_3+Q_3^2},$$
$$\varrho_2=\frac{2R}{Q_1+Q_2+Q_3}\cdot\sqrt{Q_1^2+Q_1Q_3+Q_3^2},$$
$$\varrho_3=\frac{2R}{Q_1+Q_2+Q_3}\cdot\sqrt{Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2}.$$

A három golyó közös súlypontjának távolsága a szabályos háromszög geometriai középpontjától:

$$D^2=\frac{4R^2}{3}\cdot\frac{Q_1^2+Q_2^2+Q_3^2-Q_1Q_2-Q_2Q_3-Q_3Q_1}{(Q_1+Q_2+Q_3)^2}$$

A gúla csúcsától a három golyó közös súlypontjáig terjedő H távolság:

$$H^2=L^2-4R^2\cdot\frac{Q_1Q_2+Q_2Q_3+Q_3Q_1}{(Q_1+Q_2+Q_3)^2}$$

A súlyponthoz vezető ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 távolságok és az oldalak által alkotott φ_1, φ_2, φ_3 szögekre a háromszögből kiszámítható:

$$\sin\varphi_1=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{Q_3}{\sqrt{Q_2^2+Q_2Q_3+Q_3^2}},\qquad \cos\varphi_1=\frac{2Q_2+Q_3}{2\sqrt{Q_2^2+Q_2Q_3+Q_3^2}},$$
$$\sin\varphi_2=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{Q_1}{\sqrt{Q_3^2+Q_3Q_1+Q_1^2}},\qquad \cos\varphi_2=\frac{2Q_3+Q_1}{2\sqrt{Q_3^2+Q_1Q_3+Q_1^3}},$$
$$\sin\varphi_3=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{Q_2}{\sqrt{Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2}},\qquad \cos\varphi_3=\frac{2Q_1+Q_2}{2\sqrt{Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2}},$$

Az egyensúlyi helyzetet az határozza meg, hogy a közös súlypont az O felfüggesztési pont alatt legyen, tehát H távolság függőlegesen helyezkedjen el. A szabályos háromszög középpontjához vezető M térbeli magasság a függőlegessel α szöget alkot, erre nézve:

$$\cos\alpha = \frac{M}{H}.$$

Az L hosszúságú oldalélek a súlyponthoz vezető H távolsággal az α_1, α_2, α_3 szögeket zárják be:

$$\cos\alpha_1 = \frac{L^2+H^2-\varrho_1^2}{2LH}, \quad \cos\alpha_2 = \frac{L^2+H^2-\varrho_2^2}{2LH}, \quad \cos\alpha_3 = \frac{L^2+H^2-\varrho_3^2}{2LH}.$$

A fonálerők hasonló háromszögek alapján:

$$F_1 = Q_1\cdot\frac{L}{H}, \quad F_2 = Q_2\cdot\frac{L}{H}, \quad F_3 = Q_3\cdot\frac{L}{H}.$$

Most kiszámítjuk azt az erőt, amely az első golyót a közös súlypont felé nyomja. Ez az erő a fonálerő és a súly eredője. Hasonló háromszögekből $P_1 : Q_1 = \varrho_1 : H$, innen

$$P_1 = \frac{Q_1\varphi_1}{H}.$$

Keressük ennek a háromszög 1–2 oldalába eső összetevőjét, $P_{1(12)}$-t, a golyókat összenyomó erőt:

$$P_{1(12)} : P_1 = \sin(60^\circ-\varphi_1) : \sin 120^\circ.$$

Innen

$$P_{1(12)} = \frac{2R}{H}\cdot\frac{Q_1Q_2}{Q_1+Q_2+Q_3}.$$

Hasonló számítással meggyőződhetünk arról, hogy $P_{2(12)}$ is ugyanekkora. A golyókat összenyomó másik két erő:

$$P_{23} = \frac{2R}{H}\cdot\frac{Q_2Q_3}{Q_1+Q_2+Q_3},$$
$$P_{31} = \frac{2R}{H}\cdot\frac{Q_3Q_1}{Q_1+Q_2+Q_3}.$$

A számadatok a mi esetünkben: $L = l + R = 12{,}5$ cm, $M = 11{,}05$ cm, $H = 11{,}25$ cm, $D = 2{,}08$ cm, $\varrho_1 = 7{,}2$ cm, $\varrho_2 = 6{,}56$ cm, $\varrho_3 = 3{,}97$ cm. $\alpha = 10{,}9^\circ$, $\alpha_1 = 34{,}9^\circ$, $\alpha_2 = 31{,}6^\circ$, $\alpha_3 = 18{,}5^\circ$; $\varphi_1 = 40{,}9^\circ$, $\varphi_2 = 13{,}9^\circ$, $\varphi_3 = 36{,}6^\circ$. $F_1 = 2{,}22$ kp, $F_2 = 3{,}34$ kp, $F_3 = 6{,}67$ kp, $P_{12} = 0{,}485$ kp, $P_{23} = 1{,}332$ kp, $P_{31} = 0{,}888$ kp.