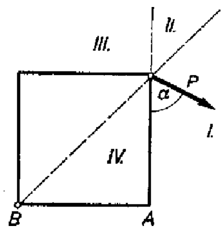
Jelöljük α-val P-nek a függőleges lappal bezárt szögét, és tegyük fel, hogy P eleget tesz a feladat követelményeinek. Először azt vizsgáljuk, hogy α függvényében melyik él mentén történik az elfordulás.
Ha $0^\circ < \alpha \leq 135^\circ$, akkor A és B élre nézve a forgatónyomatékok iránya azonos, ezért csak egy irányban, az óramutató járásával egyező irányban lehetséges az elfordulás. Ez azt jelenti, hogy ekkor a felborulás csak az A él mentén lehetséges.



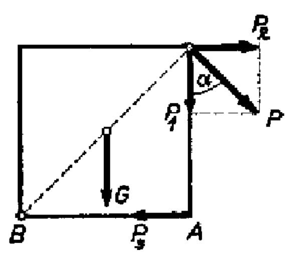
Hasonlóképpen, ha $180^\circ \leq \alpha < 315^\circ$, akkor a felborulás csak a B él mentén történhet.

$315^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ esetén egyáltalán nem lehetséges a felborulás, mert a kockára ható erők eredője okvetlenül átmegy az alátámasztási felületen.

Utoljára maradt a legbonyolultabb eset: $135^\circ < \alpha < 180^\circ$; ekkor ugyanis A élre negatív, B-re pedig pozitív forgatónyomaték hat. Nagyban egyszerűsödik a probléma, ha megengedünk egy bizonyos kezdeti lökést, amelynek hatására mindig csak az egyik él marad az alappal érintkezésben, de ez oly kicsi elmozdulást hoz létre, hogy az erőkkel úgy számolhatunk, mintha nem lenne elmozdulás. Mivel ekkor a forgástengelyül szolgáló élt ez a kezdeti lökés határozza meg, ezért itt mindkét irányú elfordulást lehetségesnek vehetjük.

Tehát az A él körül $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ esetén, a B él körül $135^\circ < \alpha < 315^\circ$ esetén történhet a felborulás.

Ezután pedig határozzuk meg az A él körüli felborulás többi feltételét is. Bontsuk fel P-t vízszintes és függőleges irányú összetevőkre.



Nincs elcsúszás, ha a súrlódási erő nagyobb, mint P_2:

$$P \sin\alpha \leq P_s.$$

Másrészt P_s-ről tudjuk, hogy 0 és $P_n\mu = (G + P_1)\mu = (G + P\cos\alpha)\mu$ közötti értékeket vesz fel. Ebből

$$P \sin\alpha \leq (G + P\cos\alpha)\mu,$$

rendezve:

(1) $$1/\mu \cdot P\sin\alpha - P\cos\alpha \leq G \text{ adódik.}$$

Másik szükséges feltétel, hogy a P forgatónyomatéka az A élre nagyobb legyen, mint a súlyerőé:

$$(a/2)G \leq aP\sin\alpha,$$

egyszerűsítve:

(2) $$G \leq 2P\sin\alpha.$$

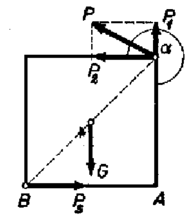
(1) és (2) összevetésével.

$P(1/\mu \cdot \sin\alpha - \cos\alpha) \leq G \leq 2P\sin\alpha$, látható, hogy ez a feltétel egyben elegendő is.
Így $(1/\mu - 2)\sin\alpha = \cos\alpha$, azaz $\operatorname{ctg}\alpha \geq 1/\mu - 2$ szükségessége következik. Tehát adott μ esetén α-nak bármely szöget választhatunk a 0°-tól az $\alpha_{\max} = \operatorname{arc\,ctg}(1/\mu - 2)$-ig terjedő intervallumban. (Ha $\mu = 1/2$, $\alpha_{\max} = 90^\circ$; $\mu = 1$ esetén $\alpha_{\max} = 135^\circ$.)

P választása pedig:
Ha $\operatorname{tg}\alpha > \mu$, akkor (1) és (2)-ből (a nevezők pozitívak):

$$\frac{G}{2\sin\alpha} \leq P \leq \frac{G}{1/\mu\sin\alpha - \cos\alpha}, \quad \text{ha pedig}$$

$\operatorname{tg}\alpha \leq \mu$, akkor a feltétel: $\dfrac{G}{2\sin\alpha} \leq P$, (2) viszont eleve teljesül, ugyanis ilyenkor a nevező negatív. Ezért ilyen esetben P-nek csak minimuma van; maximuma nincs.



Végül vizsgáljuk a B él körüli felborulás feltételeit ($135^\circ < \alpha < 315^\circ$).

Az el nem csúszás feltétele az előzőhöz hasonlóan:

$$P|\sin\alpha| \leq (G + P\cos\alpha)\mu$$

(abszolút érték azért kell, mert a $\sin\alpha$ 180°-nál előjelet vált), ebből

$$P(1/\mu \cdot |\sin\alpha| - \cos\alpha) \leq G.$$

Másrészt a felborulás feltétele: $P_1 a + P_2 a \geq \dfrac{G}{2}a$, ahol $P_1 = -P\cos\alpha$ és $P_2 = -P\sin\alpha$, mivel a forgatás az előzővel ellentétes; ebből

$$-2P(\cos\alpha + \sin\alpha) \geq G. \tag{4}$$

(3)-t és (4)-t összevetve:

$$P(1/\mu \cdot |\sin\alpha| - \cos\alpha) \leq -2P(\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Nézzük először azt az esetet, amikor $135^\circ < \alpha < 180^\circ$; ekkor $|\sin\alpha| = \sin\alpha$.
Behelyettesítve és rendezve: $(1/\mu + 2)\sin\alpha \leq -\cos\alpha$.
Tehát: $\mathrm{ctg}\ \alpha \leq (1/\mu + 2)$.
$180^\circ \leq \alpha < 315^\circ$ esetén $|\sin\alpha| = -\sin\alpha$. Ezt behelyettesítve kapjuk:

$$\mathrm{ctg}\ \alpha \geq (1/\mu - 2).$$

Az előzőhöz hasonló feltételeket kapunk P-re is:

Ha $1/\mu \cdot |\sin\alpha| - \cos\alpha > 0$, akkor $\dfrac{G}{-2(\cos\alpha + \sin\alpha)} \leq P \leq \dfrac{G}{1/\mu \cdot |\sin\alpha| - \cos\alpha}$-nak kell teljesülnie, ha pedig ez nem teljesül, akkor P-nek nincs felső határa.

Török Katalin (Bp., Patrona Hungariae lg. II. o.t.)