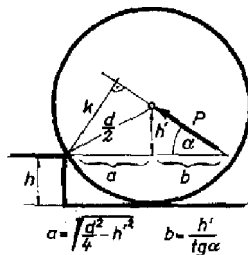


Ha a henger minden esetben egyensúlyban van, felírhatjuk a lépcső élére vonatkoztatott forgatónyomatékok egyenlőségét:

$$(1) \quad P \cdot k = G \sqrt{d^2/4 - h'^2}.$$

(A jelöléseket l. az 1. ábrán). A fenti egyenlet alapján a feladat valamennyi kérdésére általánosan választ adhatunk.



1. ábra

a) Ha  $P = G$ ,

$$k = \sqrt{d^2/4 - h'^2}.$$

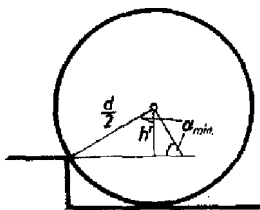
$\alpha$  irányszögű tolóerő esetén

$$\begin{aligned} \sqrt{d^2/4 - h'^2} + h'/\operatorname{tg} \alpha \sin \alpha &= \\ &= h' \cos \alpha + \sqrt{d^2/4 - h'^2} \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

(l. az 1. ábrát). A kettő egyenlőségéből

$$\begin{aligned} h' \cos \alpha &= \sqrt{d^2/4 - h'^2}(1 - \sin \alpha), \quad \text{tehát} \\ h'^2(1 - \sin^2 \alpha) &= (d^2/4 - h'^2)(1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha), \quad \text{amiből} \\ \sin \alpha &= \frac{d^2/2 - 2h'^2 \pm 2h'^2}{d^2/2} \quad \sin \alpha = \frac{d^2 - 8h'^2}{d^2}, \end{aligned}$$

hiszen a  $\sin \alpha = 1$  gyök nem felel meg a feladat természetének.  $h = d/2$  esetén  $h' = 0$ ,  $\sin \alpha = 1$ ,  $\alpha = 90^\circ$ , azaz a hengert csak függőlegesen felfelé lehet tolni,



2. ábra

b)  $P$  akkor minimális, ha  $k$  maximális, azaz  $d/2$ -vel egyenlő. Ekkor a 2. ábra alapján

$$\cos \alpha_{\min} = \frac{2h'}{d}.$$

Ha  $h = d/2$ ,  $h' = 0$ ,  $\cos \alpha_{\min} = 0$ ,  $\alpha_{\min} = 90^\circ$  és  $P = G$ , vagyis akkor az a) esetben a  $P$  erő egyben a minimális értéket veszi fel.

A) Ha az erő irányát megtartjuk, (1) alapján írhatjuk:

$$P = \frac{G \sqrt{d^2/4 - h'^2}}{h' \cos \alpha + \sqrt{d^2/4 - h'^2} \cdot \sin \alpha}.$$

Az erő tehát az emelés időtartama alatt állandóan változik, mivel  $h$  értéke is változik.

B) Ha az erő mindig a minimális,  $k$  mindig  $d/2$ -vel egyenlő, azaz (1)-ből

$$P = \frac{2G \sqrt{d^2/4 - h'^2}}{d},$$

a minimális tolóerő tehát szintén változik  $h'$  függvényében.

Ha a henger sebessége a lépcső tetején is nulla, a munkavégzés mindkét esetben a súlypont  $h$  magasságba való emeléséhez szükséges  $Gh$ .