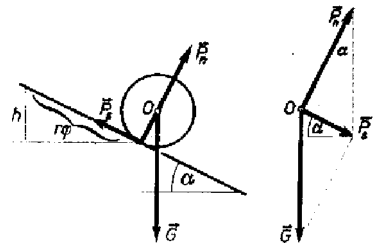
I. megoldás. A következő tényeket használjuk fel.



a) Homogén golyó középpontján átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $I = 2\ mr^2/5$, ahol m a golyó tömege, r a sugara.

b) Bármely rendszer tömegközéppontja úgy mozog, mintha a rá ható összes erők (vektori) összege a tömegközéppontra mint a rendszer össztömegével egyenlő tömegű tömegpontra hatna (tömegközéppont mozgásának tétele).

c) Merev test mozgása egy kiszemelt pontja haladó mozgásából, és e pont körüli elfordulásból tehető össze. Ha ez a pont a tömegközéppont, akkor az e körüli forgás olyan, mintha rögzített tengely esetén hoznák létre a testre ható erők: A tömegközéppont esetében tehát a haladó és forgó mozgást leíró egyenletek szétválnak, függetlenek egymástól.

Jelen esetben a golyóra három erő hat: a G nehézségi erő, a P_n nyomóerő, amely nem engedi behatolni a felületbe, és a P_s súrlódási erő, amely nem engedi csúszni, hanem gördülésre kényszeríti (l. az ábrát). A három erő (vektori) összege csak lejtőirányú lehet, hiszen a golyó 0 középpontjának általa előidézett mozgása a lejtő mentén történik. Mivel P_s maga is lejtő–irányú, kell, hogy $G + P_n = P$ is ilyen legyen. Így az ábra szerint $P = G\sin\alpha$, illetve $P_n = G\cos\alpha$. A golyó középpontjának a gyorsulására tehát:

$$ma = P - P_\mathrm{s}. \tag{1}$$

Másrészt az O körüli forgás szöggyorsulása (mivel csak P_s-nek van forgatónyomatéka O-ra nézve):

$$\beta = P_\mathrm{s} r/I, \qquad \text{ahonnan} \qquad P_\mathrm{s} = \beta I/r. \tag{2}$$

Ezt (1)-be helyettesítve, és felhasználva, hogy ha nincs csúszás $r\beta = a$:

$$ma = m(r\beta) = P - \beta I/r,$$

amiből β-t kifejezve:

$$\beta = \frac{P}{mr + I/r} = \frac{Pr}{mr^2 + I} = \frac{rmg\sin\alpha}{2mr^2/5 + mr^2} = g\frac{r\sin\alpha}{7r^2/5} = \frac{5g\sin\alpha}{7r},$$

ami most $5\cdot 981\cdot 0{,}422/7\cdot 10 = 29{,}5\ \mathrm{sec}^{-2}$.

A golyó nem csúszik, ha $\mu P_n \geqq P_\mathrm{s}$ (μ a súrlódási együttható), tehát (2) felhasználásával:

$$\mu \geqq \frac{P_\mathrm{s}}{P_n} = \frac{\beta I}{rP_n} = \frac{PrI}{rP_n(mr^2 + I)} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha(mr^2/I + 1)} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + mr^2/I} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + \dfrac{mr^2}{2mr^2/5}} = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{7}, \quad \text{a mi esetünkben}$$

$$2\cdot 0{,}468/7 = 0{,}133.$$

Ormai Lóránt (Pannonhalma, Bencés g. III. o. t.)

II. megoldás. Most azt használjuk fel, hogy merev test mozgási energiája $E_m = mv^2/2 + I\omega^2/2$, ahol m a tömeg, v a tömegközéppont sebessége, I a tömegközépponton átmenő (pillanatnyi) forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka, ω pedig az e körüli forgás szögsebessége.

Jelen esetben álló helyzetből indulva, h függőleges süllyedés után az energiamegmaradás tétele szerint:

$$mgh = mv^2/2 + I\omega^2/2. \tag{3}$$

Mivel most $v = \omega r$ (kerületi- és szögsebesség), továbbá, ha a megtett fordulat φ szög ($\varphi \geqq 2\pi$ is lehet), akkor $h = r\varphi\sin\alpha$ (ahol $r\varphi$ a lejtő mentén megtett út: l. az ábrát), és

$$E_m = m(\omega r)^2/2 + I\omega^2/2 = \omega^2(mr^2 + I)/2.$$

Ezeket (3)-ba írva, és ebből ω-t kifejezve:

$$mgr\varphi\sin\alpha = \omega^2(mr^2 + I)/2, \quad \text{azaz}$$

$$\omega = \sqrt{2\frac{mgr\sin\alpha}{mr^2 + I}\varphi}.$$

Ez minden φ-re igaz: ω a szögsebesség φ fordulat után. De ez az összefüggés a $v = \sqrt{2as}$ egyenlőség megfelelője (kezdősebesség nem volt!), ahol a konstans a most a szöggyorsulás:

$$\beta = \frac{mgr\,\sin\alpha}{mr^2 + I} = \frac{5g\,\sin\alpha}{7}$$

A megoldás további része lényegében az előzővel azonos.

Sándor Zoltán (Ráckeve, Ady E. g. III. o. t.) dolgozata alapján