A feladat teljesen egyértelmű szövegezésű, ennek ellenére sokan helytelenül értelmezték a szöveget, mások pedig hiányosan oldották meg, s így tanulságos lesz a feladatot részletesebben kidolgozni.

A feladat szerint az ember a vízbe veti magát, méghozzá a *csónakhoz* képest 6 m/sec sebességgel. Ez csak azt jelentheti, hogy mire az ember eléri a végsebességet, addigra a *csónakhoz képest* 6 m/sec sebessége lesz, de a *Földhöz képest* nyilván *nem* 3 m/sec + 6 m/sec = 9 m/sec, mert *eközben a csónak is lelassul*, amit figyelembe kell vennünk.

A kérdés úgy szól tovább, hogy mekkora munkát végzett az ember saját maga felgyorsítására. Nem annyit, amennyi az ő mozgási energiájának megváltozásához szükséges, hanem az eredeti rendszerben nézve kevesebbet annál (mert a csónak mozgási energiája csökkent, az ember rajta negatív munkát végzett), a mozgó rendszerben nézve többet annál, mert a csónakon is munkát kellett végeznie, hogy növelje annak mozgási energiáját. Ugyanis a felgyorsítási munka a zárt rendszer teljes mozgási energia megváltozásával egyenlő.

Az áttekinthetőség kedvéért oldjuk meg a feladatot először teljesen általánosan.

Legyenek a csónak adatai 1-es, az ember adatai 2-es indexszel ellátva, az ugrás előtti sebességet v-vel, az ugrás utániakat u-val, az embernek a csónakhoz viszonyított sebességét w-vel jelöljük. A mozgó koordinátarendszerben az adatokat vesszővel látjuk el.

A mozgásmennyiség megmaradásának tétele alapján:

$$(m_1+m_2)\cdot v = m_1u_1+m_2u_2, \qquad \text{ahol} \qquad u_2=u_1+w.$$

Így

$$(m_1+m_2)\cdot v=(m_1+m_2)\cdot u_1+m_2w, \quad \text{ahonnan a keresett sebesség:}$$

$$u_1=v-\frac{m_2}{m_1+m_2}\,w,$$

és az ember sebessége $u_2=u_1+w$-ből

$$u_2=v+\frac{m_1}{m_1+m_2}\,w.$$

Mivel

$$\begin{aligned}
\Delta E_{m_2}&=\frac{1}{2}m_2\left[\left(v+\frac{m_1}{m_1+m_2}\,w\right)^2-v^2\right]=\\
&=\frac{1}{2}m_2\left[v^2+\frac{2m_1}{m_1+m_2}vw+\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}w^2-v^2\right]=\\
&=\frac{m_1\cdot m_2}{m_1+m_2}vw+\frac{m_2m_1^2}{(m_1+m_2)^2}w^2, \quad \text{és}\\
\Delta E_{m_1}&=\frac{1}{2}m_1\left[\left(v-\frac{m_2}{m_1+m_2}w\right)^2-v^2\right]=\\
&=\frac{1}{2}m_1\left[v^2-\frac{2m_2}{m_1+m_2}vw+\frac{m_2^2}{(m_1+m_2)^2}w^2-v^2\right]=\\
&=-\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}vw+\frac{m_1m_2^2}{(m_1+m_2)^2}w^2,
\end{aligned}$$

$$L=\Delta E_{m_1}+\Delta E_{m_2}=\frac{m_1m_2^2+m_1^2m_2}{2(m_1+m_2)^2}w^2=\frac{m_1m_2(m_1+m_2)}{2(m_1+m_2)^2}w^2=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}w^2.$$

Végezzük el a számolást a csónak eredeti sebességével mozgó rendszerben.

$$0=(m_1+m_2)u_1'+m_2w, \quad (u_2'=u_1'+w), \quad \text{ahonnan}$$

$$u_1'=-\frac{m_2}{m_1+m_2}w;$$

$$u_2'=u_1'+w=w-\frac{m_2}{m_1+m_2}w=\frac{m_1}{m_1+m_2}w.$$

$$\Delta E_{m_1}'=\frac{1}{2}m_1\frac{m_2^2}{(m_1+m_2)^2}w^2,$$

$$\Delta E_{m_2}'=\frac{1}{2}m_2\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}w^2.$$

Tehát

$$L'=\frac{m_1m_2^2+m_2m_1^2}{2(m_1+m_2)^2}w^2=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}w^2=L.$$

Numerikus adatokkal

$$\begin{aligned}
u_1 &= 3\ \mathrm{m/sec} - 60/210 \cdot 6\ \mathrm{m/sec} = 1{,}286\ \mathrm{m/sec},\\
u_2 &= 7{,}286\ \mathrm{m/sec}.\\
\varDelta E_{m_1} &= -551{,}02\ \mathrm{joule},\\
\varDelta E_{m_2} &= 1322{,}45\ \mathrm{joule}.
\end{aligned}$$

$L = (1322{,}45 - 551{,}02)$ joule $= 771{,}43$ joule az a munka, amelyet az ember végzett.

A mozgó koordinátarendszerben:

$$\begin{aligned}
&u_2' = -1{,}7142\ \mathrm{m/sec}, \qquad && E_{m_1}' = 220{,}4\ \mathrm{joule},\\
&u_2' = 4{,}2858\ \mathrm{m/sec}, && E_{m_2}' = 551{,}02\ \mathrm{joule},\\
&L' = (551{,}02 + 220{,}41)\ \mathrm{joule} = 771{,}43\ \mathrm{joule} = L.
\end{aligned}$$

Holics László