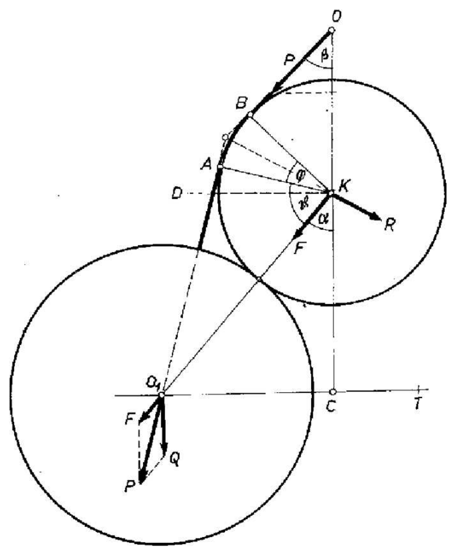
Először számítsuk ki a szükséges geometriai adatokat. A három nagy golyó középpontjai $2R$ oldalú szabályos háromszöget alkotnak, amelynek magassága $O_1T = R\sqrt{3}$. Az O felfüggesztési pontból e háromszög síkjára merőlegesen rajzolt függőleges egyenes a $2R$ oldalhosszúságú szabályos háromszöget C középpontjában találja el: $O_1C = 2\sqrt{3}R/3$. A kis golyó középpontja K-ban van: $O_1K = R + r$. Továbbá $\alpha = CKO_1\sphericalangle = 40°30'$, mert $\sin\alpha = O_1C/O_1K = 0{,}648$. A kis golyónak a fonállal alkotott alsó érintkezési pontját, A-t az $O_1A = 5 + 3 = 8$ cm-es körívvel való kimetszés adja meg. $AKO_1\sphericalangle = \vartheta = 64°$, mivel $\cos\vartheta = \dfrac{r}{r+R} = 0{,}439$. Az AB ív hossza 2 cm, $AKB\sphericalangle = \varphi = 30°$. Végül a BK-ra rajzolt merőleges adja meg O-t, a felfüggesztési pontot: $BO = 4$ cm. A fonál felső részének a függőlegessel alkotott szöge $BOK\sphericalangle = \beta = BKD\sphericalangle = \alpha + \vartheta + \varphi - 90° = 44°30'$.



1. ábra

O_1-ben hat a nagy golyó G súlya. Ez a nagy golyó attól az állapottól kezdve mozdul meg, amikor a kis golyó részéről az O_1K irányban ható F erő és G súlyerő eredője a fonál O_1A irányába esik. Ezt az F erőt nemcsak a kis golyó q súlya, hanem a ráfeszülő fonáltól eredő R erő is okozza. Az O_1A irányában ható P fonálerőt szinusz tétellel számítjuk ki:

$$P : Q = \sin\alpha : \cos\vartheta,$$

ugyanis $QPO_1\sphericalangle = AO_1K\sphericalangle = 90° - \vartheta$. Tehát a fonálban ható erő a megmozdulás határesetében:

$$P = Q\frac{\sin\alpha}{\cos\vartheta} = 1{,}476\ Q = 7{,}38\ \text{kp}.$$

Tekintettel arra, hogy nincs súrlódás, pontosan ez az erő hat a fonál legfelső részében BO irányban. Ennek az erőnek a függőleges összetevője:

$$P\cos\beta = Q\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\vartheta}$$

Ennek az erőnek a háromszorosa tartja az O-pontban a $3Q + q$ súlyt, ezért

$$3Q\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\vartheta} = 3Q + q.$$

Innen a kis golyó megengedhető legnagyobb súlya:

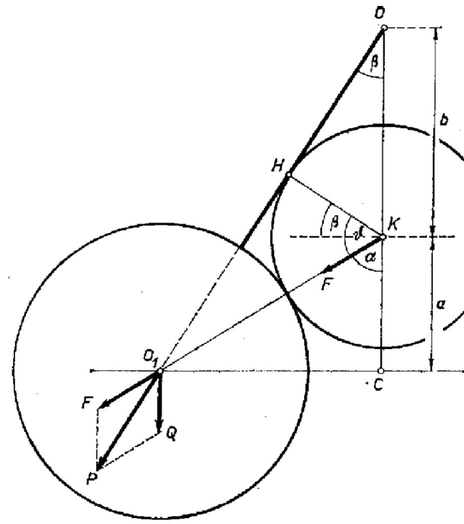
$$q = 3Q\left[\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\vartheta} - 1\right] = 0{,}156Q = 0{,}78\ \text{kp}.$$

Tehát a kis golyó ezen súlyánál kezdenek a nagy golyók szétválni egymástól. De mégsem ez a felelet a kérdésre. A feladat a kis golyó átesésének feltételét kérdezte. Az ábrából látható, hogy a nagy golyó kis szétnyílásánál α nagyobb, β kisebb lesz, és ϑ állandó marad, így a kis golyó lesüllyedése közben mindig nagyobb és a nagyobb erő szükséges az egyensúly–állapot fenntartásához. Mindez addig tart (második ábránk), amíg a fonál a kis gömb érintője nem lesz H-ban. Ekkor $\varphi = 0$, és $\alpha + \vartheta = 90° + \beta$, ezért $\vartheta = 90° - (\alpha - \beta)$. Tehát a kis golyó azon súlya, amely mellett a fonál a kis golyó érintőjévé lesz:

$$q = 3Q\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha-\beta)} - 1 = 3Q\frac{\sin\alpha\cos\beta - \sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} =$$

$$= 3Q\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta} = 3Q\frac{\text{cotg }\alpha}{\text{cotg }\beta - \text{cotg }\alpha} =$$

$$= 3Q\frac{O_1C\ \text{cotg }\alpha}{O_1C\ \text{cotg }\beta - O_1C\ \text{cotg }\alpha} = 3Q\frac{a}{a+b-a} = 3Q\cdot\frac{a}{b}$$



2. ábra

Ez az egyensúlyfeltétel azonos a hozzá nem érő kötél számára levezetett, az 1962. évi Eötvös versenyből ismert megoldással. Ekkor $\alpha = 58°52'$, $\beta = 32°52'$, $a = 4{,}6$ cm, $b = 7{,}1$ cm és $q = 3Q \cdot 0{,}648 = 1{,}944Q = 9{,}72$ kp. A versenyfeladatból ismeretes, hogy azután tovább növelve a terhelést, a golyó átesik.

Összefoglalva az eredményt, 0-tól 0,78 kp-ig semmi sem történik, 0,78-tól 9,72 kp-ig a golyók mindig jobban szétállnak, végül 9,72 kp felett a kis golyó átesik.

Doskar Balázs (Bp., Piarista g. III. o. t.) dolgozata alapján