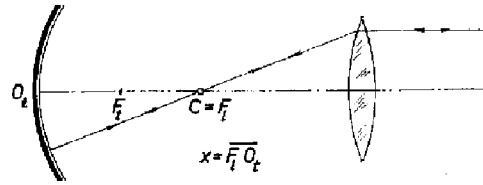
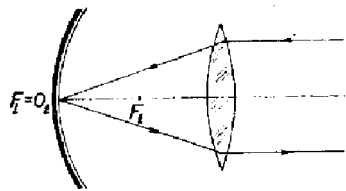


**I. megoldás.** A gömbtükör sugarát a közismert távolságtörvénnyel kaphatjuk meg. Ide a megadott értékeket behelyettesítve kapjuk, hogy a gömbtükör fókusztávolsága 1 m, így sugara 2 m.



1. ábra

A tengellyel párhuzamosan érkező fénysugarak áthaladnak a lencse fókuszpontján. Azok a fénysugarak (vagy meghosszabbításuk), amelyek a lencsét a tengellyel párhuzamosan hagyják el, áthaladtak a fókuszponton. A fókuszpontot a tükör szempontjából tárgyként kezelhetjük. A tükröt tehát úgy kell elhelyezni a lencséhez viszonyítva, hogy az a lencse fókuszát önmagára képezze le. Jelöljük  $x$ -szel a gömbtükör és a lencse fókuszának távolságát, akkor  $x \neq 0$  esetén írható, hogy  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}$ , innen  $x = 2$  m. Az  $x = 0$  esetet külön megvizsgálva azt találjuk, hogy ez is megoldás. Ez ugyanis azt jelenti, hogy a tükör fénytani középpontja egybeesik a lencse fókuszával, tehát az ide érkező – és így eredetileg a tengellyel párhuzamos – sugarak azonnal visszaverődnek, a lencséből tehát ismét a tengellyel párhuzamosan lépnek ki. Mivel a lencse 0,5 dioptriás, ezért fókuszától további 2 m-re helyezkedik el, így a tükör és a lencse két megfelelő távolsága 2 m, illetve 4 m.



2. ábra

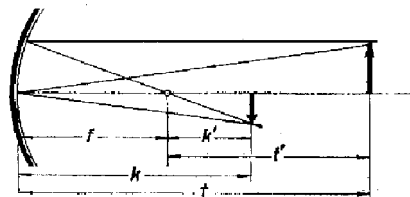
Makai Endre (Bp., Eötvös J. g. II. o. t.)

**II. megoldás.** (A feladat második része). Bármely gömbtükörre igaz a következő tétel. Legyen a tükör (előjeles) fókusztávolsága  $f$ , a tárgyának a fókusztól mért előjeles távolsága  $t'$ , a kép előjeles távolsága a fókusztól  $k'$ , és ne legyen egyik sem 0. Ekkor  $f^2 = f'k'$ . Ezt a tételt a következő módon igazolhatjuk. A gömbtükör távolságtörvénye a fenti jelöléseket használva:  $\frac{1}{f+t'} + \frac{1}{f+k'} = \frac{1}{f}$ , ahonnan közös nevezőre hozás és a kijelölt műveletek elvégzése után a bizonyítandó egyenlőségre jutunk.

Az előző megoldásban láttuk, hogy a tárgynak és a képnek (mindkettő a lencse fókusza) egybe kell esnie, tehát  $t' = \pm f = \pm 1$  m. Mivel a gömbtükör fókusztávolsága 1 m, a lencsée pedig 2 m, ezért a keresett távolság  $1 \text{ m} + 2 \text{ m} \pm 1 \text{ m} = 3 \text{ m} \pm 1 \text{ m}$ , azaz 2 m vagy 4 m.

Kiss Gábor (Debrecen, Kossuth L. gyak. g. IV. o. t.)

**III. megoldás** (a feladat második részére). A tengellyel párhuzamos fénysugár áthalad a lencse fókuszán és a tükör visszaverődési pontján. Mivel ez a sugár a tengellyel párhuzamosan hagyja el a rendszert, kell, hogy átmenjen a lencse fókuszán, továbbá nyilván a visszaverődési ponton is. Két esetet különböztetünk meg.



3. ábra

a) A visszaverődési pont és a lencse fókusza nem esnek egybe. Ekkor, mivel két különböző ponton át csak egy egyenes húzható, a fénysugár önmagába verődik vissza. Mivel a síknak csak egy olyan pontja van, és ez a kör középpontja, ahonnan egy kör bármely kerületi pontjához egyenest húzva, az merőleges a pontbeli érintőre, kell, hogy ilyenkor a

lencse fókusza egybeesik a gömbtükör geometriai középpontjával. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor a lencse és a tükör távolsága 4 m.

b) A visszaverődési pont egybeesik a lencse fókuszával. Az előző megoldásokban láttuk, hogy ez az összeállítás kielégíti a feladat követelményeit. Ilyenkor a lencse és a tükör távolsága 2 m.

*Pelikán József (Bp., Fazekas M. g. I. o. t.)*

*Megjegyzések:* 1. Ha csak azokat a fénysugarakat vesszük tekintetbe, amelyek a feladatban szereplő fényforrástól származnak, akkor a 4 m-es megoldásnak nincs értelme.

2. Többen lényegesnek tartották, hogy a 2 m-es megoldásnál a fénysugár a tengelyre szimmetrikusan verődik vissza. Ez tévedés. Itt egyedül az lényeges, hogy a fény a fókuszban verődik vissza. Alkalmas lenne tehát ebben az esetben egy fókuszban lebegő porszem is, amely a fényt szórja.