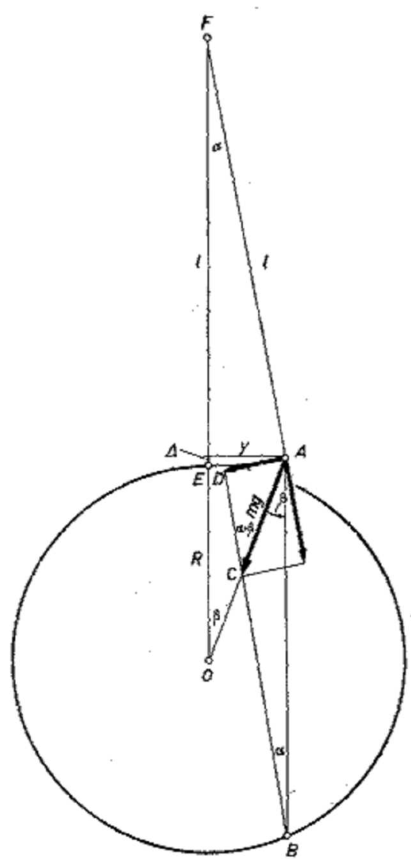
Annak ellenére, hogy az inga kis tágasságú lengéseket végez, nem lehet gépiesen alkalmazni a $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ képletet. Ennek levezetésénél ugyanis nem azt használtuk ki lényegesen, hogy az inga lengése során a súlyerő irányának megváltozása kicsi, hanem azt, hogy elhanyagolható az inga kitérésének szögéhez képest. Ha az inga hossza a földsugár nagyságrendjébe esik, ez az elhanyagolás nem tehető meg.



Nevezzük a nyugalomban levő inga fonala által meghatározott irányt függőlegesnek! Legyen valamely kilendített helyzetben a fonálnak a függőlegessel bezárt szöge α! Az inga hossza általánosan l, a súlyerő a függőlegessel β szöget zár be (esetünkben $\alpha = \beta$). A tömegpontra ható súlyerőt fonálirányú és erre merőleges összetevőkre bontjuk; az utóbbi a mozgató komponens. Az ábráról világos, hogy $ABC\sphericalangle = \alpha$, és hogy $CAB\sphericalangle = \beta$. Ez viszont azt jelenti, hogy $ACD\sphericalangle = \alpha + \beta$, mint az $ABC\triangle$ külső szöge. De akkor az inga tömegét mozgató erő $P = mg\sin(\alpha+\beta) = mg(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)$. Itt α és β olyan kis szögek, hogy koszinuszuk 1-nek vehető: $P = mg(\sin\alpha + \sin\beta)$. Kis szögekről lévén szó világos, hogy szinusz helyett írhatunk tangenst: $P = mg(\sin\alpha + \operatorname{tg}\beta)$. Ha a kitérést y-nal jelöljük, akkor ennek alapján írható, hogy $P = mgy\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{R+\Delta}\right)$. Mivel a mozgató erő arányos a kitéréssel, harmonikus rezgőmozgásról van szó. Fejezzük ki az előbbi összefüggésből y-t:[1]

$$y = \frac{Pl}{mg} \cdot \frac{R}{R+l}.$$

Ezt már behelyettesíthetjük a rezgésidő képletébe:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{my}{P}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{R}{R+l}}.$$

Esetünkben $l = R$, ezért ekkor

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}},$$

Ha a sarki g-vel, 983,2 cm sec^{-2}-vel számolunk: $T = 3575$ sec $= 59$ min 35 sec $= 59{,}58$ min.

Corradi Gábor (Győr, Czuczor G. g. III. o. t.)

[1] Kis eltérés esetén Δ nyilván elhanyagolható.