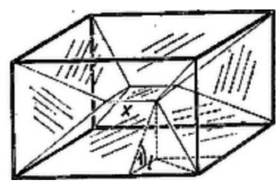
A szappanhártya a hasábban az ábrán látható alakzatot veszi fel, mely 8 egybevágó egyenlőszárú trapézból, 4 egybevágó egyenlőszárú háromszögből és egy négyzetből áll. A négyzet a hasáb magasságának felében helyezkedik el. (L. a KML XXIV. – 1962 – köt. 1–2. számában megjelent cikket.) Vegyük a kis négyzet x oldalhosszát változónak. A trapézok magassága az ábra szerint:

$$m_1 = \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(\frac{10-x}{2}\right)^2},$$

területe:

$$T_1 = \frac{10+x}{2}\,m_1 = \frac{10+x}{4}\sqrt{36+(10-x)^2}.$$



1. ábra

A háromszögek magassága:

$$m_2 = \sqrt{2}\cdot\frac{10-x}{2},$$

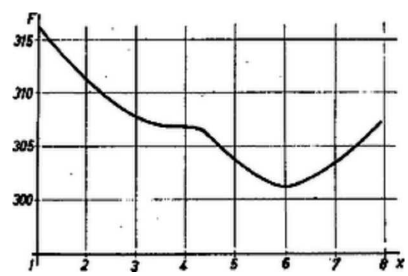
területe:

$$T_2 = \frac{6}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{10-x}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\,(10-x).$$

Tehát a hártya teljes felszíne:

$$F = 8\,T_1 + 4\,T_2 + x^2 = 2(10+x)\sqrt{36+(10-x)^2} + 6\sqrt{2}(10-x) + x^2.$$

Az $F(x)$ görbét grafikonon ábrázolva, kb. $x = 6{,}2$ cm-nél találunk egy minimumot, itt $F = 298{,}8\ \mathrm{cm}^2$.



2. ábra

Vizsgáljuk meg a 120°-os lapszögek követelményét. A két trapéz és a háromszög síkjának egymással bezárt szöge csak úgy lehet 120°-os, ha közös egyenesük a négyzetes hasáb négyzetlapjához tartozó kocka testátlója (l. a fent említett cikket: az állítás egyszerűen bizonyítható precíz matematikai eszközökkel is.) Ekkor azonban a γ szög 45°-os lesz, így $l = 3$ cm, és a kis négyzet oldalhosszúsága $x = 10 - 2l = 4$ cm, a felszín nagysága $F = 306{,}8\ \mathrm{cm}^2$. Ha két szomszédos trapéz és a négyzet síkja zár be egymással 120°-os lapszöget,
$l = 3\cdot\operatorname{ctg}60^\circ = \sqrt{3}$, ebből $x = 10 - 2\sqrt{3} = 6{,}55$ és $F = 299{,}2\ \mathrm{cm}^2$.

Látható, hogy síklapok esetében nem teljesülhet egyszerre a minimális felszín és a 120°-os lapszögek feltétele, ezért a felület görbült lesz. A görbült négyzet csúcsainak távolsága kb. 6,1 cm.

Schaub Piroska (Győr, Kazinczy g. III. o. t.)

Megjegyzés Vermes Miklós utólagos megjegyzését lásd az 1964. évi 3. füzet 143. oldalán. (A szerk.)