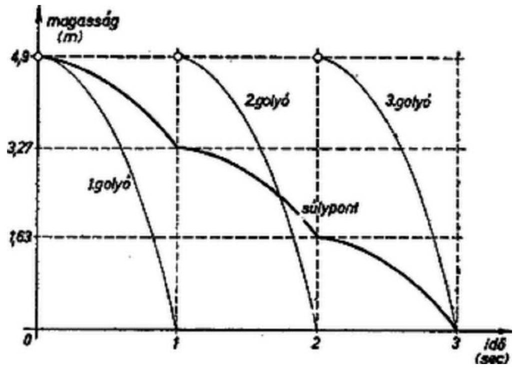
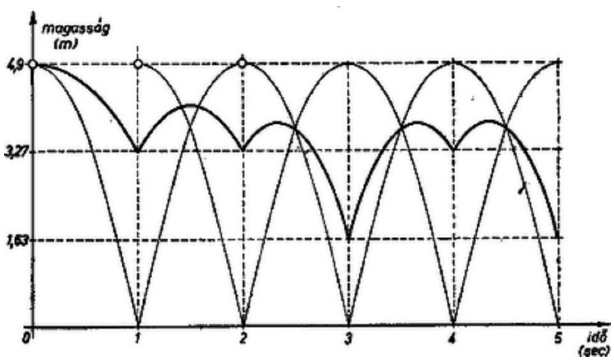
Fel fogjuk használni azt a tényt, hogy három egyenlő tömegű tömegpont egy egyenes mentén való mozgása esetén közös súlypontjuk sebessége és gyorsulása az egyes tömegpontok megfelelő előjellel ellátott sebességeinek ill. gyorsulásainak számtani közepe (1. a megjegyzést).



Vegyük észre, hogy az esés ideje éppen 1 sec. ($gt^2/2 = 4{,}9$ m, innen $t^2 = 2 \cdot 4{,}9\,\mathrm{m}/g = 1\,\mathrm{sec}^2$.)

Grafikusan az első golyó útját az idő függvényében parabola ábrázolja: $s = g\,t^2/2$. A súlypont gyorsulása csak $(g+0+0)/3 = g/3$, a magasságot tehát egy $1:3$ arányban lapított parabola ábrázolja. Végpontja $4,9 \cdot 2/3 = 3{,}27$ m magasan lesz. Ezután csak a második golyó végez szabadesést, azért ismét $g/3$ lesz a súlypont gyorsulása, így az előbbi út–idő grafikon valósul meg, a $h = 3{,}27$ m pontból indulva $4{,}9/3 = 1{,}63$ m-ig. Majd ez ismétlődik még egyszer. (Kezdősebesség egyik szakasz elején sincs!)



Rugalmas ütközés esetén az első sec alatt ugyanaz történik, mint előbb. Ezután az első golyó $v_0 = g \cdot 1$ sec sebességgel visszapattan, és a második is esni kezd. A két golyó gyorsulása egyaránt g (lefelé). A súlypont felfelé irányuló $(v_0+0+0)/3 = v_0/3$ kezdősebességgel rendelkezik, gyorsulása lefelé $(g+g+0)/3 = 2\,g/3$ lesz. Ez tehát lényegében egy függőleges hajítás, az emelkedés idejére (1. pl. a 299. feladat megoldását) $v_0/3 = 2\mathrm{g} \cdot t_0/3$ teljesül, így $t_0 = 0{,}5$ sec, az emelkedési magasság: $(2\,g/3) \cdot t^2/2 = g/12$ m $= 0{,}85$ méter. Ezért a 2 sec végén a súlypont visszaérkezik a 3,27 m magasságba, míg közben a $t = 1{,}5$ sec időpontban $3{,}27 + 0{,}85 = 4{,}12$ m magasságig emelkedett. Ezután a második golyó ismét v_0 sebességgel visszapattan, az első és a harmadik együtt indul kezdősebesség nélkül fentről. Most mindhárom golyó esik, tehát lefelé gyorsul. Így a tömegközéppont kezdősebessége ismét $(0 + v_0 + 0) = v_0/3$ és felfelé irányul, gyorsulása $(g+g+g)/3 = g$ lefelé: ismét függőleges hajítás. Az emelkedés ideje most $\dfrac{v_0/3}{g} = \dfrac{g \cdot 1\ \mathrm{sec}/3}{g} = 1/3$ sec, a magasság $g/2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = 0{,}58$ m, tehát a súlypont $3{,}27 + 0{,}54 = 3{,}81$ m magasságig emelkedik, majd innen 2/3 sec-ig, azaz $g/2 \cdot (2/3)^2 = 2{,}18$ métert szabadon esik, tehát a 3. sec végén $3{,}81 - 2{,}18 = 1{,}63$ m magasan lesz, ami természetesen megfelel a golyók helyzetének. A következő sec-ban a golyók mozgása ellentétes irányban ugyanaz lesz, mint most volt, így a súlypont is ugyanilyen módon visszajut a 3,27 m-es kiindulási helyzetbe; majd az előbbi ismétlődik.

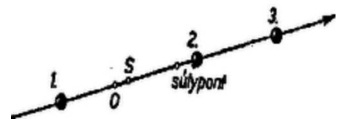
Dobozy Ottó (Bp., Apáczai Cs. J. gyak. isk. VII. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés: Bebizonyítjuk a kiindulásul felhasznált tényt. Vegyünk fel egy egyenest 0 kezdőponttal, és jelöljük ki rajta a pozitív irányt (3. ábra). Helyezkedjenek el az egyenlő tömegű tömegpontok ezen az egyenesen 0-tól x_1, x_2, ill. x_3 előjeles távolságra. Ekkor a súlypontjukat pl. így határozhatjuk meg: az 1. és 2. tömegpont súlypontja a köztük levő szakasz S felezőpontja, tehát $(x_1 + x_2)/2$. Ezután ebben a pontban gondoljuk egyesítve az 1. és 2. testeket, ekkor ezek és a 3. test súlypontja az őket összekötő szakasz S-hez közelebbi harmadolópontja, hiszen S-ben kétszeres tömeg „van". Ezt a pontot pl. úgy kapjuk meg, hogy S-től felmérjük az S-től a 3. pontig terjedő szakasz 1/3 részét:

$$\frac{x_1+x_2}{2} + \frac{1}{3}\left(x_3 - \frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{x_3}{3} + \frac{2}{3}\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}.$$

Mozduljon el egy Δt idő alatt a három tömegpont előjel szerint Δx_1, Δx_2, ill. Δx_3 szakasszal. Ekkor a súlypont elmozdulása

$$x = \frac{(x_1 + \Delta x_1) + (x_2 + \Delta x_2) + (x_3 + \Delta x_3)}{3} - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3)/3.$$



Így a súlypont átlagsebessége

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta t} + \frac{\Delta x_2}{\Delta t} + \frac{\Delta x_3}{\Delta t} \right) /3.$$

Mivel ez akármilyen kis Δt-re igaz, ezért hasonló összefüggés áll fenn a pillanatnyi sebességek közt is. Ugyanígy látható be az állítás a gyorsulásra, ill. általában akárhány tömegpontra.