

a) Legyen  $q = p/100$ ,  $q$  nyilvánvalóan kisebb egynél. A labda  $h$  magasságból leejtve, a vízszintes lapról rendre  $hq$ ,  $hq^2$ ,  $hq^3 \dots$  magasságra ugrik vissza. A  $h$  magasságból való leesés  $\sqrt{2h/g}$  ideig tart, és két további ütközés között rendre  $2\sqrt{2hq/g}$ ,  $2\sqrt{2hq^2/g}$ ,  $2\sqrt{2hq^3/g}, \dots$  idő telik el. Így a labda megállásáig eltelt idő:

$$t = \sqrt{2h/g} + 2\sqrt{2hq/g}(1 + \sqrt{q} + \sqrt{q^2} + \sqrt{q^3} \dots).$$

A zárójelben végtelen mértani sor áll, melynek hányadosa  $\sqrt{q}$ , összege az ismert képlet szerint  $\frac{1}{1-\sqrt{q}}$ . Tehát  $t$ -re írhatjuk:

$$t = \sqrt{2h/g} \left( 1 + \frac{2\sqrt{q}}{1-\sqrt{q}} \right) = \sqrt{2h/g} \frac{1+\sqrt{q}}{1-\sqrt{q}},$$

tehát  $\sqrt{q}$ -t kifejezve

$$\sqrt{q} = \frac{t - \sqrt{\frac{2h}{g}}}{t + \sqrt{\frac{2h}{g}}}, \text{ vagyis } p = 100 \left( \frac{t - \sqrt{\frac{2h}{g}}}{t + \sqrt{\frac{2h}{g}}} \right)^2.$$

b) Ha a labdát  $h' = h/q$  magasságból, kezdősebesség nélkül ejtjük le, a feladat szerint  $h$  magasságba pattan vissza. A labda sebessége  $h$  magasságban

$$v_0 = \sqrt{2g(h' - h)} = \sqrt{2gh \frac{1-q}{q}}$$

lesz. Ilyen kezdősebességgel indítva tehát visszapattanása után ismét eléri a  $h$  magasságot.

*Kiss Gábor* (Debrecen, Kossuth L. g. IV. o. t.)

*Megjegyzés:* 1. Több megoldó tévesen azt állította, hogy a lefelé irányuló hajítás kezdeti sebessége egyszerűen hozzáadódik a labda végsebességéhez, vagyis a sebesség értéke közvetlenül a visszapattanás után

$$v = \sqrt{2gh} + v_0$$

lesz. (A „Fizika képletek és táblázatok” c. kézikönyvben is ez az összefüggés található!) Ez azonban nincs így, ugyanis a labda összes energiája a hajítás kezdetekor  $E_1 = mgh + mv_0^2/2$ , közvetlenül az ütközés előtt  $E_2 = mv^2/2$ , a kettő egyenlőségéből kapjuk:

$$v = \sqrt{2gh + v_0^2}.$$

2.) Mások az energiamegmaradás alapján számoltak, és feltették, hogy a labda nem csupán helyzeti, hanem mozgási energiájának is csak a  $p$  százalékát tartja meg az ütközés után. Ez igaz, de nem magától értetődő. Ha a labda, melynek sebessége az ütközés előtt  $v_1$ , ütközés után  $hq$  magasságba ugrik vissza, sebessége közvetlenül az ütközés után  $v_2 = \sqrt{2ghq} = v_1 \sqrt{q}$ . Így energiája az ütközés előtti  $E_1 = mgh + mv_0^2/2 = mv_1^2/2$ -ről  $E_2 = mv_2^2/2 = mv_1^2 q/2 = E_1 q$ -ra változott az ütközés alatt.