I. megoldás. Legyen indításkor $AM = p\ (= 9{,}25\text{ m})$
$BN = q\ \ (= 2{,}75\text{ m}).$

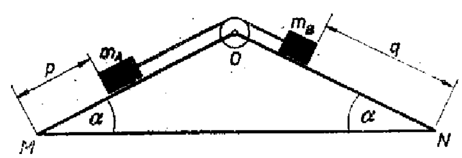
A rendszert mozgató erő $P = g \cdot \sin\alpha(m_B - m_A)$,
gyorsulása $a = P/(m_B + m_A) = g \cdot \sin\alpha(m_B - m_A) : (m_B + m_A)$.
$t = 3$ sec alatt az egész rendszer elmozdulása

$$s = t^2/2 \cdot g \cdot \sin\alpha(m_B - m_A) : (m_B + m_A).$$

Az elszakadás pillanatában

$$AM = p + s,$$
$$BN = q - s,$$

és sebességük mértékszáma: $v_0 = a \cdot t$.



Az elszakadás pillanatától kezdve a testek kezdősebességes gyorsuló mozgást végeznek. B lefelé, A először felfelé, de megfordulása után az energiatétel szerint ugyanolyan értékű sebességgel fog az elszakadás pillanatában elfoglalt helyén keresztülhaladni.

A végsebességet az idő kiküszöbölésével az

$$s = (v + v_0) \cdot t/2 \text{ és az}$$
$$a = (v - v_0)/t$$

összefüggésekből határozzuk meg:

$$v_t = \sqrt{2as + {v_0}^2}. \qquad (a = g \cdot \sin\alpha).$$

Tehát B sebessége az N pontban

$$v_{BN} = \sqrt{2g \cdot \sin\alpha \left[q - t^2/2 \cdot g \cdot \sin\alpha \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right)\right] + \left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right)\right]^2},$$

és A sebessége az M pontban

$$v_{AM} = \sqrt{2g \cdot \sin\alpha \left[p + t^2/2 \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right)\right]^2 + \left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right)\right]^2}.$$

A számadatok behelyettesítésével kapjuk, hogy

$$v_{BN} = 3{,}29\text{ m/sec}, \quad v_{AM} = 4{,}63\text{ m/sec}.$$

Mészáros György (Bp., Piarista g. III. o. t.)

II. megoldás. A mozgás kezdetén
m_A helyzeti energiája: $m_A \cdot g \cdot p \cdot \sin\alpha$,
m_B helyzeti energiája: $m_B \cdot g \cdot q \cdot \sin\alpha$,
mozgási energiájuk nincs.
A mozgás során m_B veszít energiájából m_A javára.
A rendszer gyorsulása: $a = g \cdot \sin\alpha$,
$t = 3$ sec alatt a lejtőn megtett út: $s = a \cdot t^2/2$.
m_B magasságcsökkenése ill. m_A emelkedése: $h = s \cdot \sin\alpha$,
sebességük: $v_0 = a \cdot t$.
Az elszakadás pillanatában m_A összes energiája:

$$(E_h) \qquad m_A \cdot g \cdot p \cdot \sin\alpha + \left[\frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2\right] \sin\alpha +$$

$$(E_m) \qquad + \frac{1}{2}\left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right]^2 \cdot m_A,$$

m_B összes energiája

$$(E_h) \qquad m_B \cdot g \cdot q \cdot \sin\alpha - \left[\frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2\right] \sin\alpha +$$

$$(E_m) \qquad + \frac{1}{2}\left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right] m_B.$$

A lejtő alján m_A-nak és m_B-nek csak mozgási energiája van. Az energiatételből következik, hogy

$$\frac{1}{2} m_A v_{AM}^2 = m_A \cdot g \cdot \sin\alpha \left[p + \frac{1}{2}\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2 \cdot \sin\alpha\right] + m_A \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[g \cdot \sin\alpha \cdot t \cdot \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right]^2.$$

Ebből

$$v_{AM} = \sqrt{2g \cdot \sin\alpha \left[p + \frac{1}{2} t^2 \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right] + \left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right]^2},$$

Hasonlóan

$$v_{BN} = \sqrt{2g \cdot \sin\alpha \left[q - \frac{1}{2} t^2 \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right] + \left[t \cdot g \cdot \sin\alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\right]^2}.$$

Kugler Katalin (Bp., Apáczai Csere J. g. III. o. t.)