

I. megoldás. A könyvhalmazra ható és az asztal szélére vonatkoztatott nyomatékok összege optimális esetben nulla. A megoldás elve az, hogy minden könyvet legfeljebb annyira húzhatok ki, hogy a felette levő könyveknek az alátámasztási pontra vonatkoztatott nyomatéka és az adott könyvnek az alátámasztási pontra vonatkoztatott nyomatéka még egyensúlyban legyen. Ekkor az eredő súlypont az alátámasztási pont fölé esik.

A felülről számított n könyv megengedett x_n kilógása a következő nyomatéki egyenletből kapható (G egy könyv súlya)

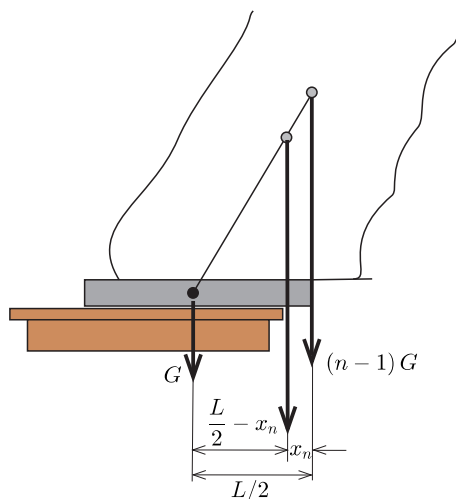
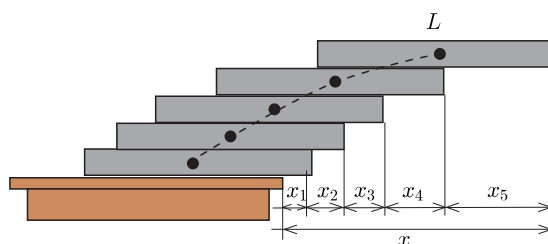
$$G \cdot \left(\frac{L}{2} - x_n \right) = (n-1)G \cdot x_n.$$

Az n -edik könyv felett levő $(n-1)$ könyv súlypontja az n -edik könyv szélére esik. Az egyenletből $x_n = \frac{L}{2n}$ és a teljes kilógás $\sum x_n = \sum \frac{L}{2n}$. 5 könyv esetén tehát (felülről számítva)

$$x_1 = \frac{L}{2}, \quad x_2 = \frac{L}{4}, \quad x_3 = \frac{L}{6}, \quad x_4 = \frac{L}{8}, \quad x_5 = \frac{L}{10},$$

$$\text{és } \sum_{n=1}^5 x_n = \frac{137}{120}L.$$

Máthé István (Bp., Bánki D. techn. IV. o. t.)



II. megoldás. Az egyensúly határesetében minden könyvnek a jobb széle fölé kell, hogy essék a felette levő könyvek közös súlypontja.

Az első i könyv közös súlypontját úgy is elképzelhetjük, hogy az i -edik könyv súlya hat egységnyi erővel saját középpontjában, a fölette levő könyvek súlya $(i-1)$ egységnyi erővel a könyv szélén. Tehát a közös súlypont, illetve az alátámasztási pont az i -edik könyv félhosszúságát $(i-1) : 1$ arányban osztja, és az egységnyi hossz a könyv szélétől számítandó. Így az i -edik könyv „kilógása”

$$x_i = \frac{L}{2i}, \quad \text{és} \quad \sum x_i = \sum \frac{L}{2i}.$$

Pelikán József (Bp., Fazekas M. g. I. o. t.)

Megjegyzés: $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$ tetszőleges nagy lehet, ezért $\sum_{i=1}^n \frac{L}{2i}$, vagyis az n -edik könyvnek az asztal szélétől számított kilógása is akármilyen nagy lehet!