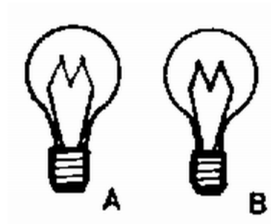


Jelöljük A, ill. B indexszel az A, ill. B lámpára vonatkozó adatokat! Kapcsoljunk az A izzóra U feszültséget! Ekkor az izzószál teljesítményére felírhatjuk, hogy

$$\frac{U^2}{R_{A,T_A}} = K_{T_A} f_A,$$

ahol R_{A,T_A}, az A izzószál ellenállása a T_A hőmérsékleten, f_A az izzószál felszíne, K_{T_A}, pedig a felületegységenként kisugárzott teljesítmény, amely a T_A hőmérséklet függvénye. Tudjuk továbbá, hogy

$$R_{A,T_A} = \frac{\varrho_{T_A} l}{r_A^2 \pi}, \qquad \text{és} \qquad f_A = 2 r_A \pi l,$$

ahol ϱ_{T_A}, az izzószál anyagának fajlagos ellenállása T_A hőmérsékleten, r_A az izzószál sugara és l a hossza. A fenti egyenletekből:

$$r_A U^2 = 2 l^2 K_{T_A} \varrho_{T_A}.$$

Most gondolatban kapcsoljunk a B izzólámpára olyan U_B feszültséget, hogy az izzószál hőmérséklete $T_B = T_A$ legyen!

Az azonos hőmérsékleten izzó izzószálak közül azt látjuk „fényesebbnek”, amelyiknek nagyobb a felszíne. Tehát ha a B izzót ilyen U_B feszültségre kapcsoljuk, akkor fényesebben világít, mint az A izzó.

A fentiekhez hasonlóan a B izzóra

$$r_B U_B^2 = 2 l^2 K_{T_A} \varrho_{T_A},$$

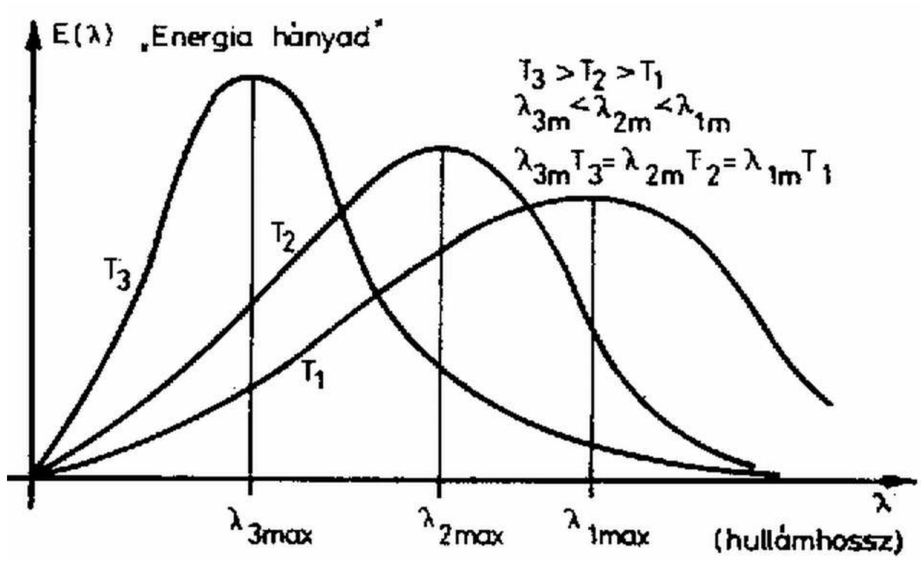
így az előbbiek alapján

$$U_B = U \sqrt{\frac{r_A}{r_B}}.$$

Mivel $r_A < r_B$, azért $U_B < U$.

Ha most a B lámpára U_B helyett U feszültséget kapcsolunk, akkor még fényesebben világít. Tehát azonos U feszültségen a B izzó világít fényesebben.

Megjegyzések. **1.** Minden test bármely hőmérsékleten elektromágneses sugárzást bocsát ki a sugárzás hullámhosszától függően különböző energiával. Ezt az energiaeloszlást (Planck–féle sugárzási törvény) ábrázoltuk az ábrán.



A test T hőmérséklete és a maximális energiával sugárzott elektromágneses hullám $\lambda_{\max}$ hullámhossza között szoros kapcsolat van:

$\lambda_{\max} T =$konstans (Wien–féle eltolódási törvény).

Egy „izzásban” levő test színét $\lambda_{\max}$, ill. annak egy kis környezete szabja meg, feltéve, hogy $\lambda_{\max}$ az elektromágneses spektrum szemünk által érzékelhető, „látható” tartományában van.

A Wien–féle eltolódási törvény alapján mondhatjuk, hogy az azonos méretű izzószállal rendelkező lámpák közül azt látjuk „fényesebbnek”, amelyik magasabb hőmérsékleten izzik. (Például a villanyhegesztő kékes színű ívfényét sokkal fényesebbnek ítéljük, mint a hősugárzó jóval alacsonyabb hőmérsékletű izzószálának vöröses színét.)

2. A Stefan–Boltzmann sugárzási törvény szerint a T hőmérsékletű test egységnyi felülete által sugárzott teljesítmény csak a hőmérséklettől és a felület minőségétől $\big(s(T)\big)$ függ: $K_T = \sigma\varepsilon(T) \cdot T^4$, ahol σ univerzális állandó.

Így a megoldásban szereplő egyenlet a következő alakú:

$$r_A U^2 = 2l^2\sigma\varepsilon(T_A)T_A^4\varrho_{T\,A}, \tag{1}$$

ha a lámpa gáztöltése által elvezetett hőt elhanyagoljuk.

3. Langmuir mérései alapján wolframra

$$\varrho_T = \varrho(293\ \mathrm{K}) \cdot T^{1,2}. \tag{2}$$

Az eddigiek alapján megbecsülhetjük a T_B/T_A arányt. (1)-ből a (2) képlet behelyettesítésével

$$\frac{U^2 \cdot r_A}{\sigma\varrho(293\ \mathrm{K}) \cdot 2l^2} = \varepsilon(T_A) \cdot T_A^{5,2}, \tag{3}$$

és a B lámpára (3)-hoz hasonlóan

$$\frac{U^2 \cdot r_B}{\sigma\varrho(293\ \mathrm{K}) \cdot 2l^2} = \varepsilon(T_B) \cdot T_B^{5,2}. \tag{4}$$

A két egyenletet elosztva

$$\frac{r_B}{r_A} = \frac{\varepsilon(T_B)}{\varepsilon(T_A)}\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{5,2}. \tag{5}$$

$\varepsilon(T)$ a hőmérséklet lassan növekvő függvénye, ezért, ha r_B és r_A nem különbözik nagyon, $\dfrac{\varepsilon(T_B)}{\varepsilon(T_A)} \approx 1$. Ebben a közelítésben (5)-ből

$$\log\frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{5,2} \cdot \log\frac{r_B}{r_A}. \tag{6}$$

Legyen pl. $T_A = 2500$ K, ami egy izzószál szokásos üzemi hőmérséklete, és $r_B/r_A = 2$.
Ekkor (6)-ből

$$\log T_B = \frac{\log 2}{5,2} + \log T_A,$$

$$T_B \approx 2860\ \mathrm{K}.$$

Lipták László