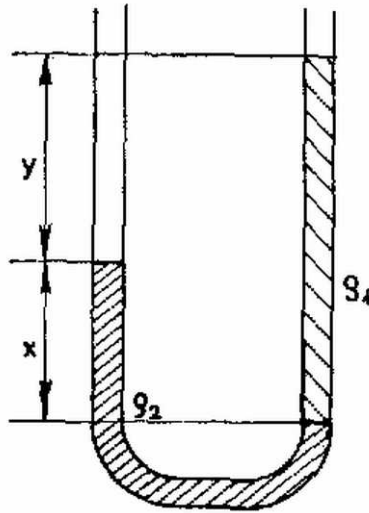


Tekintsük az ábrán a csőben levő olajoszlop alsó szintjét. A másik oldali csőben levő víz magassága innen mérve legyen x , a két folyadékszint különbsége y .



Az olajoszlop alsó szintje alatt levő vízmennyiség egyensúlyban van, azaz a rá két oldalról ható nyomások azonosak. Annak alapján, hogy egy h magasságú folyadékoszlop nyomása $h\rho g$ ahol ρ a folyadék sűrűsége, g a nehézségi gyorsulás, a fenti nyomásegyenlőség jelen esetben,

$$(1) \quad g\rho_1(x+y) = g\rho_2x$$

alakban írható, ahol ρ_1 az olaj, ρ_2 a víz sűrűsége. Mivel $(x+y)$ a teljes olajoszlop hossza, és az olaj térfogata ismert:

$$(2) \quad (x+y)A = V,$$

ahol A a cső keresztmetszete, V az olajtérfogat. (1) és (2) alapján

$$x = (V/A) - y,$$

azaz

$$(3) \quad y = \frac{V}{A} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}.$$

Tehát megkaptuk a két folyadékszint különbségét. y a hőmérséklettől függeni fog, hiszen mind a V térfogat mind a sűrűségek változni fognak.

Tekintsük először konkrét adatokkal a közvetlenül beöntés utáni esetet. Az olaj sűrűsége 20°C -on $\rho_1(20^\circ\text{C}) = 0,9 \text{ kg/dm}^3$, a vízé $\rho_2(20^\circ\text{C}) = 1 \text{ kg/dm}^3$, az olaj hőtágulási együtthatója $\beta_1 = 0,001 \text{ 1/K}$, a vízé $\beta_2 = 0,00013 \text{ 1/K}$. A 80°C -os olaj és a 20°C -os víz térfogata egyaránt 10 cm^3 . Az adatokból az olaj sűrűsége 80°C -on:

$$\rho_1(80^\circ\text{C}) = \frac{\rho_1(20^\circ\text{C})}{1 + \beta_1 \cdot \Delta T},$$

ahol $\Delta T = 60^\circ\text{C} (= 60 \text{ K})$. Az adatokkal

$$\rho_1(80^\circ\text{C}) = 0,849 \text{ kg/dm}^3.$$

Tehát a folyadékszintek különbsége:

$$y = 10 \text{ cm} \frac{\rho_2(20^\circ\text{C}) - \rho_1(80^\circ\text{C})}{\rho_2(20^\circ\text{C})},$$

behelyettesítve

$$y_0 = 1,50 \text{ cm}.$$

Az idő múlásával a helyzet alapvetően kétféle módon változhat meg. Első esetben a rendszer jól el van szigetelve a környezettől, s a rendszer a két folyadék közti hőcsere következtében azonos hőmérsékletet vesz fel. Második esetben a rendszer nem jól szigetelt, s a hőmérséklete bizonyos idő elteltével a környezet hőmérsékletével fog megegyezni. Akár azt is mondhatjuk, hogy ha az első eset bekövetkezésekor nagyon hosszú ideig várunk, a rendszer akkor is a környezet hőmérsékletét fogja felvenni. Tekintsük most az első esetet.

Legyen a víz hőkapacitása c_2 , és tudjuk, hogy az olaj hőkapacitása 0,4-szerese a vízének, azaz:

$$c_1 = 0,4 \cdot c_2$$

Legyen a beálló közös hőmérséklet T_k . Mivel a víz tömege $m_2 = \rho_2(20\text{ °C}) \cdot V$, az olajé $m_1 = \rho_1(80\text{ °C}) \cdot V$, ezért a hőcserét leíró egyenlőség az energiamegmaradás miatt

$$c_2(T_k - T_2)\rho_2(20\text{ °C}) \cdot V = c_1(T_1 - T_k)\rho_1(80\text{ °C}) \cdot V,$$

ahol

$$T_2 = 20\text{ °C} = 293,16\text{K}, \quad T_1 = 80\text{ °C} = 353,16\text{K}.$$

Ebből

$$T_k = \frac{\frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\rho_1(80\text{ °C})}{\rho_2(20\text{ °C})} \cdot T_1 + T_2}{1 + \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\rho_1(80\text{ °C})}{\rho_2(20\text{ °C})}} = 35\text{ °C}.$$

Ezen a hőmérsékleten a víz sűrűsége

$$\rho_2(35\text{ °C}) = \frac{\rho_2(20\text{ °C})}{1 + \beta_2 \Delta T_2},$$

ahol $\Delta T_2 = 15\text{ °C}$. Adatokkal

$$\rho_2(35\text{ °C}) = 0,998\text{ kg/dm}^3.$$

Az olaj sűrűsége lecsökken, hasonlóképpen adódik, hogy

$$\rho_1(35\text{ °C}) = 0,887\text{ kg/dm}^3.$$

Változik az olaj térfogata is:

$$V_{1,35\text{ °C}} = V_{1,80\text{ °C}}(1 - \beta_1 \Delta T_1), \quad (\text{itt } \Delta T_1 = 45\text{ °C}, V_{1,80\text{ °C}} = V),$$

azaz

$$V_{1,35\text{ °C}} = 9,57\text{ cm}^3.$$

Ezekből (3) alapján a szintkülönbség:

$$y' = \frac{V_{1,35\text{ °C}}}{A} \frac{\rho_2(35\text{ °C}) - \rho_1(35\text{ °C})}{\rho_2(35\text{ °C})} = 1,15\text{ cm}.$$

Tekintsük most a második esetet. Ekkor a víz sűrűsége $\rho_2(20\text{ °C})$ marad, az olaj sűrűsége $\rho_1(20\text{ °C}) = 0,9\text{ kg/dm}^3$ lesz. A térfogat

$$V_{1,20\text{ °C}} = V(1 - \beta_1 \Delta T'), \quad (\Delta T' = 60\text{ °C}),$$

azaz

$$V_{1,20\text{ °C}} = 9,43\text{ cm}^3.$$

Ezek alapján a szintkülönbség:

$$y'' = 1,05\text{ cm}.$$

Látható, hogy a szintkülönbség mindkét esetben csökkent, jelentős mértékben, majdnem 2/3 részére.

Megjegyzés. Jelen megoldásunk csak abban az esetben helyes, ha az alsó olajsztint a cső függőleges részében található. Könnyen belátható, hogy az U -cső már hajló részében elhelyezkedő olajsztint esetében a számítás jelentősen elbonyolódik, s a kapott eredmény az U -cső alakjának a függvénye is lesz, a jelenlegi egyszerű kiinduló egyenleteink így nem írhatók fel.