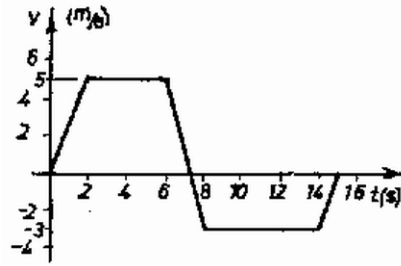


I. megoldás. A sebesség–idő grafikon alapján a test mozgását öt szakaszra bonthatjuk:



1. szakasz. A test $t_1 = 2$ s alatt $v_1 = 0$ m/s-ról $v_2 = 5$ m/s-ra egyenletesen gyorsul. Gyorsulása:

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

Az elmozdulás $s_1 = v_1 t_1 + (1/2)a_1 t_1^2 = 5$ m.

2. szakasz. A következő $t_2 = 4$ s alatt a test 5 m/s sebességgel egyenletesen halad. Ez alatt $s_2 = v_2 t_2 = 20$ m a test elmozdulása.

3. szakasz. A 6. és 8. s időintervallumban a test sebessége $v_2 = 5$ m/s-ról $v_3 = -3$ m/s-ra változik. A grafikon alapján a változás egyenletes, így a test gyorsulása $t_3 = 2$ s alatt:

$$a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3} = -4 \text{ m/s}^2.$$

Ezen a szakaszon a test sebessége nullára csökken

$$t'_3 = \frac{0 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{-4 \text{ m/s}^2} = 1,25 \text{ s alatt.}$$

Ez idő alatt $s'_3 = v_2 t'_3 + (1/2)a_3 t'^2_3 = 3,125$ m a test elmozdulása. Tehát az elindulástól számítva $6 \text{ s} + 1,25 \text{ s} = 7,25 \text{ s}$ múlva a test megáll. A 3. szakaszban még $t''_3 = 0,75$ s-ig mozog, ezalatt $s''_3 = v_1 t''_3 = -1,125$ m a test elmozdulása, ahol a negatív előjel azt jelenti, hogy a test visszafordult.

4. szakasz. Ezen a szakaszon a test egyenletesen mozog $t_4 = 6$ s ideig, sebessége $v_3 = -3$ m/s. Az elmozdulás $s_4 = v_3 t_4 = -18$ m.

5. szakasz. 14 s és 15 s között a test egyenletesen lassul $v_3 = -3$ m/s-ról $v_1 = 0$ m/s-ra.

$$a_5 = \frac{v_1 - v_3}{t_5} = 3 \text{ m/s}^2.$$

Így az utolsó $t_5 = 1$ s alatt $s_5 = v_3 t_5 + (1/2)a_5 t_5^2 = -1,5$ m a test elmozdulása.

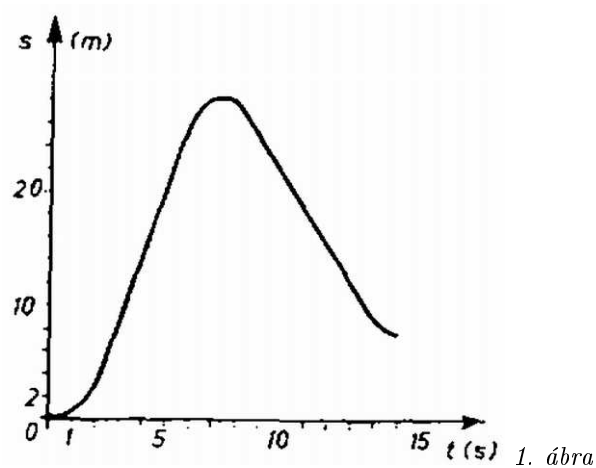
A megtett utat megkaphatjuk az öt szakaszból egyenként kiszámított elmozdulások abszolút értékeinek összegeként:

$$s_1 + s_2 + s'_3 + |s''_3| + |s_4| + |s_5| = 48,75 \text{ m.}$$

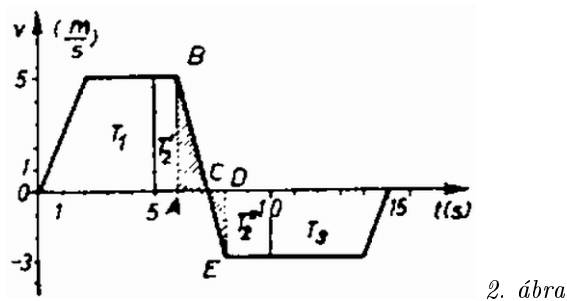
Ha a kiindulási helytől mért távolságot határozzuk meg, akkor ezeket az elmozdulásokat előjelesen kell összeadni:

$$s = 5 \text{ m} + 20 \text{ m} + 3,125 \text{ m} - 1,125 \text{ m} - 18 \text{ m} - 1,5 \text{ m} = 7,5 \text{ m.}$$

Az út–idő összefüggés ábrázolásához tudnunk kell, hogy az 1., 3., 5. szakaszokon a test egyenletesen gyorsuló mozgást végez, így az elmozdulás az időnek másodfokú függvénye, tehát az elmozdulás–idő grafikonon a képe egy-egy parabolaív lesz. A 2. és 4. szakasz egyenletes mozgás, így az elmozdulás és az idő között lineáris kapcsolat áll fenn, tehát képük egy-egy egyenes szakasz. Ezek alapján készült az 1. ábra, amely a kiindulási ponttól mért távolságokat (az elmozdulást) adja meg az idő függvényében.



Törőcsik Jenő (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) **II. megoldás.** Ez a megoldás az előzőtől a megtett utak kiszámításának módjában tér el. A megtett elmozdulás értékét a sebesség-idő grafikon görbéje alatti terület számértéke adja meg. A 2. ábra mutatja a megfelelő részeket.



a) $t = 5$ s: Az 5 s alatt megtett út a T_1 trapéz területéből számolható:

$$T_1 = \frac{5+3}{2} \cdot 5 = 20 \text{ egység.}$$

Ezért a megtett út $s = 20$ m.

b) $t = 10$ s: Ezt az utat a T_1 , T_2' és T_2'' területek adják meg. A visszafordulás időpontját az ABC és a CDE hasonló háromszögekből határozhatjuk meg:

$$\begin{aligned} AB : AC &= DE : CD, \\ AC + CD &= 2, \\ AB &= 5, \\ DE &= 3, \end{aligned}$$

azaz

$$\begin{aligned} AC &= 5/4 = 1,25, \\ CD &= 3/4 = 0,75. \end{aligned}$$

Most már T_2' és T_2'' számolható:

$$\begin{aligned} T_2' &= \frac{2,25+1}{2} \cdot 5 = 8,125 \text{ egység,} \\ T_2'' &= \frac{2,75+2}{2} \cdot 3 = 7,125 \text{ egység.} \end{aligned}$$

Így a 10 s alatt összesen megtett út: $20 \text{ m} + 8,125 \text{ m} + 7,125 \text{ m} = 35,25 \text{ m}$. Ha a kiindulási helytől mért távolságot határozzuk meg, akkor a területeket is előjelesen kell figyelembe vennünk:

$$s = 20 \text{ m} + 8,125 \text{ m} - 7,125 \text{ m} = 21 \text{ m.}$$

c) $t = 15$ s:

$$T_3 = \frac{5+4}{2} \cdot 3 = 13,5 \text{ egység.}$$

A megtett út: $20 \text{ m} + 8,125 \text{ m} + 7,125 \text{ m} + 13,5 \text{ m} = 48,75 \text{ m}$. A kiindulási helytől mért távolságot a területek előjeles összege adja meg:

$$s = 20 \text{ m} + 8,125 \text{ m} - 7,125 \text{ m} - 13,5 \text{ m} = 7,5 \text{ m.}$$

Pályá Károly (Ózd, József A. Gimn., II. o. t.)