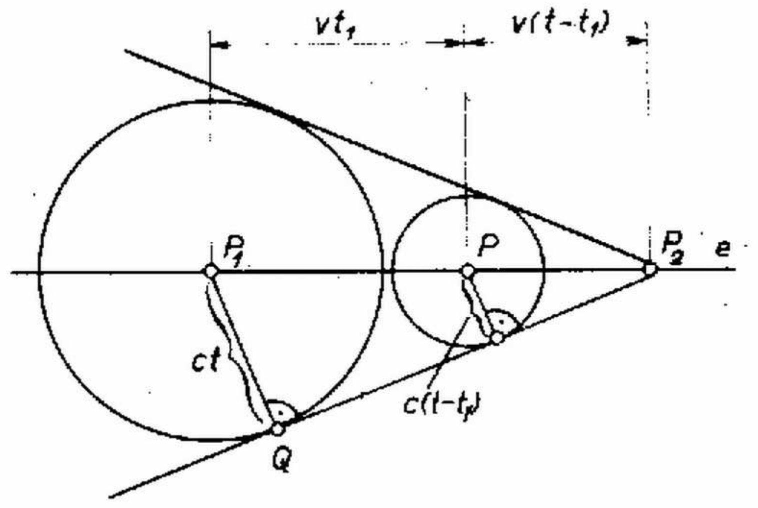
A repülőgép sebessége $v = 500$ m/s, tehát nagyobb, mint a $c = 340$ m/s hangsebesség. Nézzük meg, hogy hova jut el a v sebességű repülőgép hangja, miközben a repülőgép egy P_1 pontból valamely P_2 pontba kerül t idő alatt (1. ábra). A P_1 pontból kibocsátott hanghullámok t idő alatt a P_1 középpontú, ct sugarú gömb pontjaiba jutnak el. Ha a repülőgép a P_1 pontból egy P_1 és P_2 között levő P pontba t_1 idő alatt jut el, akkor a P pontból kibocsátott hanghullámok a t időszakasz végéig a P középpontú, $c(t-t_1)$ sugarú gömb pontjaiba jutnak el.



1. ábra

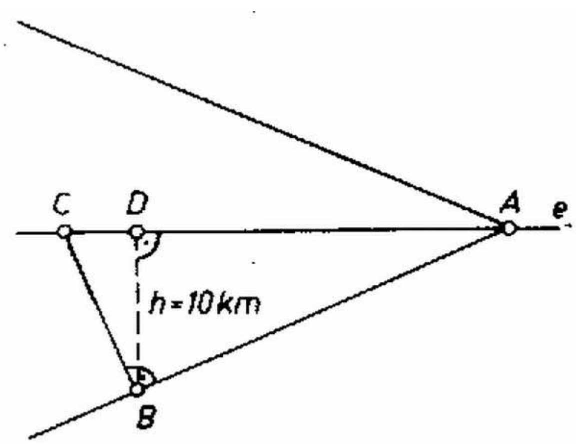
A repülőgép $t - t_1$ idő alatt ér a P pontból a P_2 pontba, ezért $\overline{PP_2} = v(t-t_1)$. Így

$$\frac{\overline{PP_2}}{\overline{P_1P_2}} = \frac{v(t-t_1)}{vt} = \frac{t-t_1}{t} = \frac{c(t-t_1)}{ct}.$$

vagyis a gömbök középpontjának P_2-től mért távolságának aránya egyenlő a gömbök sugarának arányával. Ebből következik, hogy tetszőleges közbülső P pont körül megrajzolt gömb éppen érinti a P_2 csúcspontból a P_1 középpontú gömbhöz rajzolt érintőkúpot. Tehát a P pontok körül megrajzolt gömbök éppen kitöltik a most említett kúpnak a P_1 körüli gömb és a P_2 csúcs közötti részét.

Ez azt jelenti, hogy ha a repülőgép a távolból v sebességgel az e egyenes mentén haladva a P_2 pontba ért, akkor eddig az időpontig a repülőgép hangját a szóban forgó végtelen kúp pontjaiban lehetett hallani, a kúpon kívül viszont nem volt hallható a repülőgép.

A B pontban álló megfigyelő akkor hallja meg először a repülőgép hangját, amikor a repülőgép helyéről mint csúcspontból megrajzolt, fenti tulajdonságú kúp eléri a B pontot.



2. ábra

Határozzuk meg a repülőgépnek ezt az A helyzetét! Az ABD és P_1P_2Q háromszögek hasonlóságából következik (l. a 2. ábrát), hogy

$$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{P_1P_2} : \overline{P_1Q},$$

azaz

$$\overline{AB} : h = vt : ct,$$

tehát

$$\overline{AB} = hv/c = (250/17)\ \text{km}\ \approx 14{,}7\ \text{km}.$$

A Pitagorász-tétel felhasználásával

$$\overline{AD} = \sqrt{\left(h\frac{v}{c}\right)^2 - h^2} = \frac{h}{c}\sqrt{v^2 - c^2} \approx 10{,}8\ \text{km}.$$

Az előbbiek alapján világos, hogy a B pontba érkezett hang abból a C pontból indult ki, amely az AB-re állított merőlegesen helyezkedik el. Használjuk fel az ABC és ABD háromszögek hasonlóságát, így

$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AD},$$

$$\overline{AC} = \frac{(\overline{AB})^2}{\overline{AD}} = \left(h\frac{v}{c}\right)^2 \cdot \frac{c}{h\sqrt{v^2 - c^2}} = \frac{v^2 h}{c\sqrt{v^2 - c^2}} \approx 20\ \text{km},$$

tehát

$$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} \approx 9{,}2\ \text{km}.$$

Az $\overline{AD}$ szakaszt a repülőgép

$$\frac{\overline{AD}}{v} \approx \frac{10{,}8\ \text{km}}{0{,}5\ \text{km/s}} \approx 21{,}6\ \text{s}$$

alatt teszi meg, eszerint a repülőgép hangját 21,6 s-mal azután halljuk, hogy a repülőgép a fejünk felett elszállt.

Czuczor Judit (Paks, Vak Bottyán Gimn., I. o. t.)
dolgozata alapján