

Egy tőlünk távolodó vagy hozzánk közeledő hangforrás hangját általában nem halljuk ugyanolyan hangmagasságúnak, mint a hangforrással együtt mozgó megfigyelő. Ezt a Doppler-effektusnak nevezett jelenséget az okozza, hogy a hangmagasságot az azonos időközönként kibocsájtott „hangimpulzusok” ismétlődési sűrűsége határozza meg, és mivel az egyes hangimpulzusok nem azonos utat tesznek meg a hangforrástól az észlelőig, az észlelések közötti idő eltér a kibocsájtások között eltelt időtől.

Vezessünk le először egy olyan általános összefüggést, amely megadja a kibocsájtott és az észlelt hangmagasságok közötti kapcsolatot. Jellemezzük a hangmagasságot a hang frekvenciájával (jele  $f$ , egysége  $1/s$ ), amely az időegység alatti hangrezgések számát adja meg. Nyilvánvalóan két szomszédos „hangimpulzus” vagy „hangrezgés” között éppen  $1/f$  idő telik el. Feladatunknak megfelelően legyen nyugalomban a megfigyelő és távolodjon tőle  $v$  sebességgel a hangforrás. (A megfigyelő a hangforrás által befutott egyenes pálya mentén áll.) Tegyük fel, hogy a hangforrás sebességével párhuzamos, azzal egyirányú  $u$  sebességű szél is fúj. A hangsebesség a nyugvó levegőben  $c$ .

Legyen a hangforrással együtt utazó megfigyelő (pl. a jármű vezetője) által hallott hang frekvenciája  $f_0$ , az út mentén álló észlelő által hallott hangé  $f$ .  $f_0$  ismeretében kiszámítjuk  $f$ -et.

Tekintsünk két egymást követő „hangimpulzust”. Mérjük az időt attól a pillanattól, amikor az első keletkezett. A második impulzus keletkezési időpontja éppen a hangforrás ismétlődési ideje,  $1/f_0$ . Legyen a hangforrás és az észlelő távolsága a nulla időpillanatban  $x$ . Jelöljük a két hangimpulzus meghallásának pillanatát  $t_1$ -gyel és  $t_2$ -vel. Az első impulzus pontosan  $x$  utat fut be a kibocsájtástól az észlelésig (hiszen az észlelő áll):

$$t_1 = \frac{x}{c - u},$$

mivel a hang terjedési sebessége a levegőhöz képest  $c$ , a földhöz viszonyítva  $c - u$ . A hangforrás sebessége  $v$ , így a két impulzus kibocsájtása közben  $v/f_0$ -al távolodott az észlelőtől. A második impulzus útja  $x + (v/f_0)$ , kibocsátása és észlelése között eltelt idő

$$t_2 - (1/f_0) = \frac{x + (v/f_0)}{c - u}.$$

Így az észlelő által hallott ismétlődési idő

$$1/f_0 = t_2 - t_1,$$

az előbb kapott  $t_1$ ,  $t_2$  értékek felhasználásával

$$f = f_0 \frac{c - u}{c - u + v}.$$

Ezt a képletet akartuk levezetni. Ez az összefüggés érvényes negatív  $u$ , azaz a hangforrás sebességével ellentétes irányú szél esetére is. Behelyettesítve az  $f = f_0$  feltételt,  $c$  és  $u$  értékétől függetlenül  $v = 0$  adódik, azaz úgy tűnik, hogy a feladatban leírt jelenség nem valósulhat meg. Próbálkozzunk azonban  $f = -f_0$  behelyettesítésével. A

$$v = 2u - 2c$$

eredmény szélmentes esetben ( $u = 0$ )

$$v = -2c.$$

Ez azt jelenti, hogy a jármű felénk közeledik, sebessége pedig éppen a hangsebesség kétszerese. Most már megérthetjük az  $f = -f_0$  összefüggés fizikai jelentését is. A jármű elhagyja a saját hangját, az egyes hangimpulzusok pedig fordított sorrendben érkeznek a megfigyelőhöz, mint a kibocsátási sorrend. A frekvenciák reciprokaik az impulzusközök, ezek előjelet váltanak. Sőt, amikor a hangot halljuk, a jármű már elhaladt mellettünk, vagyis már távolodik tőlünk.

A feladatban leírt helyzet tehát elképzelhető: a tőlünk kétszeres hangsebességgel távolodó repülőgépen levő hangforrás korábban kibocsátott hangját ugyanolyan hangmagasságúnak halljuk, mint a pilóta.

*Megjegyzés.* A feladat megoldása úgy is elképzelhető, hogy a gépjármű vezetője nem közvetlenül hallja a sziréna hangját, hanem valamely, az út mentén alkalmasan elhelyezett falról visszaverődve.

Makai Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn. I. o. t.)